

## ANÁLISE DE SISTEMAS ELETRÔNICOS DE POTÊNCIA POR COMPUTADOR

Denizar Cruz Martins

Universidade Federal de Santa Catarina  
CTC-DEEL-LAMEP - Cx. Postal 476  
88.049 - FLORIANÓPOLIS-SC

### Resumo

Este artigo apresenta um método de simulação de circuitos elétricos a semicondutor funcionando em comutação. O método somente exige conhecimento da estrutura do circuito, seus parâmetros e das ordens de comando dos semicondutores a serem controlados. Uma atenção particular foi dispensada à modelização dos semicondutores e especialmente ao método numérico. No programa de simulação o passo de cálculo é variável, sendo sua determinação baseada nas constantes de tempo de cada configuração. Esse método original permite obter uma alta precisão com um número reduzido de pontos de cálculo.

Analysis of Power Electronics Systems by Computer.

### Abstract

This paper presents a method for simulating switched semiconductor electric circuits. The method only requires knowledge of the circuit structure, its parameters and the control order of the semiconductors being controlled. Particular attention has been paid to the modelling of the semiconductors and particularly to the computational method. In the simulation program, the calculation step is variable; this is determined based on the time constants of the device. This new method allows to obtain a very high accuracy with a short number of iterations.

### 1. INTRODUÇÃO

Estruturas a semicondutor funcionando em comutação são em realidade sistemas não lineares. A principal dificuldade na análise de tais estruturas está ligada a existência e determinação do encadeamento das sequências elementares definidas pela condução ou não condução dos semicondutores. Um método geral, portanto, deve estar capacitado a determinar automaticamente, para qualquer conversor de potência, as diversas configurações proveniente do chaveamento dos interruptores. Dessa forma, os semicondutores são modelados individualmente, e o encadeamento das sequências de funcionamento é obtido a partir das propriedades funcionais desse modelo. A representação funcional dos interruptores é realizada através da rede de Pétri (Alarcon, 1984). Essa representação é apresentada no item 2 deste artigo.

O autor dá um enfoque particular ao método de simulação de equações diferenciais utilizando um passo de cálculo variável com a dinâmica do sistema. Dois exemplos salientam as possíveis aplicações do programa de simulação proposto neste trabalho.

### 2. MODELAGEM DOS SEMICONDUCTORES

#### 2.1. MODELO ELÉTRICO

A escolha do modelo elétrico dos semicondutores é fundamental na concepção de um programa de simulação para conversores estáticos. O presente artigo considera os semicondutores funcionando em comutação, isso implica na representação dos mesmos por um sistema de saída única (bloqueado ou em condução).

Essa representação binária conduz a vários modelos, que podem ser classificados em duas categorias:

1º) Modelo à Topologia Variável: O semicondutor bloqueado é representado por um circuito aberto. O ramo no qual ele se encontra deixa de existir no grafo. Logo, a topologia do circuito é variável e cada sequência corresponde a um sistema particular de equações. Nesse modelo a dificuldade principal consiste na necessidade de se recalcularem o sistema de equações a cada comutação.

2º) Modelo à Topologia Constante: O semicondutor bloqueado é representado por uma impedância finita. A topologia do circuito é única, e o conversor pode ser descrito por um sistema único de equações a coeficientes variáveis.

Para o método de simulação global proposto neste artigo, o modelo à topologia constante é o mais indicado, haja visto que ele permite determinar com relativa facilidade a tensão nos bornes dos interruptores de potência. Essa determinação é indispensável para a análise de cada sequência de funcionamento e das condições de mudança de configuração.

Existem vários modelos para representação do semicondutor à topologia constante (Bordry e outros, 1985). Quanto mais apurado o modelo mais realísticos serão os resultados da simulação, porém, maior será a complexidade do programa.

Diante desse dilema procurou-se um modelo que traduzisse o mais fielmente possível a realidade, sem que houvesse grandes complicações a nível de programa de simulação. É importante salientar que a preocupação principal é realizar um programa de simulação para estudar os aspectos globais de um conversor estático associado a uma carga passiva. Não se pretende conceber um "software" para estudo do semicondutor em si. Caso se deseje analisar com maior profundidade os fenômenos associados a um dado semicondutor, será realizada uma melhora local no modelo do mesmo.

Tendo em vista tais considerações foi escolhida a modelagem sob forma de uma resistência binária, variando dentro de uma grande faixa que é função do estado do semicondutor, isto é: semicondutor bloqueado  $\Rightarrow$  elevado valor de resistência; semicondutor em condução  $\Rightarrow$  baixo valor de resistência.

## 2.2. MODELO LÓGICO

### ESTADO DE UM SEMICONDUTOR

Os semicondutores são considerados como sistemas lógicos contendo uma única saída. As entradas desses sistemas podem ser, em princípio, quaisquer. A saída é uma grandeza lógica que caracteriza a condução ou não condu-

ção do semicondutor.

Um semicondutor obrigatoriamente deve ser representado por um sistema sequencial, uma vez que sua saída depende do valor das entradas, a um dado instante, e do passado desse semicondutor. Por exemplo, um tiristor cuja tensão anodo-catodo seja positiva e não haja pulso de ataque pode estar bloqueado ou conduzindo.

Devido à representação sequencial foi definido o Estado de Semicondutor, que nós consideramos como a informação mínima, fornecida num dado momento, capaz de prever a evolução do sistema lógico a partir do conhecimento das entradas. O estado de um semicondutor depende da complexidade do modelo escolhido (considerar o tempo de aplicação da tensão inversa, as cargas armazenadas, etc...). A saída do semicondutor (conduzindo ou bloqueado), só identifica o estado deste para modelos simplificados, é geralmente uma componente do vetor de estado. A figura 1 mostra a representação simplificada de um semicondutor.

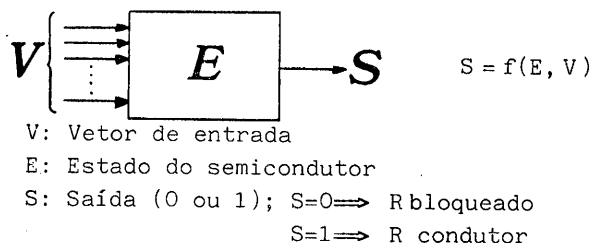


Fig. 1: Modelo lógico de um semicondutor.

Para o caso particular de modelar um semicondutor na forma de uma resistência binária, o vetor de entrada é constituído pela tensão nos terminais do interruptor de potência " $V_{ak}$ " (grandeza que representa também a corrente " $I_{ak}$ "), e do sinal de comando "G".

### INTERRUPTOR GENERALIZADO

Na maioria dos programas de simulação os semicondutores são especificados (diodo, tiristor, transistor, etc...), e tratados separadamente no decorrer do programa. Afim de se obter um modelo único para todos os semicondutores foi definido o interruptor generalizado. Essa definição permite obter qualquer semicondutor a partir da introdução de uma grandeza característica da natureza do semicondutor dentro do seu vetor de estado. As vantagens obtidas, além de uma simplificação do programa de simulação, são:

- manutenção fácil do programa de simulação (introdução de novos interruptores  $\rightarrow$  por ex: tiristor dual).
- possibilidade de introduzir semicondutores compostos com um único interruptor

(tiristor-diodo em antiparalelo, transistor-diodo em série, etc...).

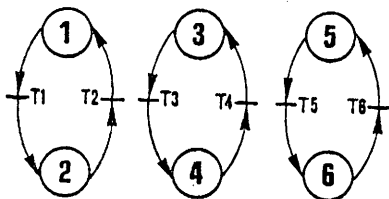
- estudo de defeitos de funcionamento, particularmente aqueles que levam a destruição dos semicondutores.

### REPRESENTAÇÃO DOS INTERRUPTORES ATRAVÉS DA REDE DE PÉTRI

Para representação funcional do interruptor generalizado foi escolhida a rede de Pétri, cuja definição depende da natureza do semiconductor considerado (diodo, tiristor, transistor, etc...), e da complexidade do modelo escolhido.

A Rede de Pétri é formada por um grafo (posições e transições) e uma marcação inicial. As "posições" caracterizam o estado do interruptor e as "transições" estão associadas às receptividades, que são funções das condições de comutação. A receptividade é uma variável lógica definida por uma função das grandezas características do interruptor ( $V_{ak}$ ,  $I_{ak}$ ,  $G$ , etc...).

A figura 2 mostra o grafo da rede de Pétri representando os três semicondutores clássicos.



Posições	Transições
1-diodo bloqueado	T1: $V_{ak} > 0$
2-diodo em condução	T2: $V_{ak} < 0$ ( $\sim I_{ak} < 0$ )
3-tiristor bloqueado	T3: $V_{ak} > 0$ e $G=1$
4-tiristor em condução	T4: $V_{ak} < 0$ ( $\sim I_{ak} < 0$ )
5-transistor bloqueado	T5: $G=1$
6-transistor em condução	T6: $G=0$

Fig. 2: Representação funcional, por rede de Pétri, dos três semicondutores clássicos.

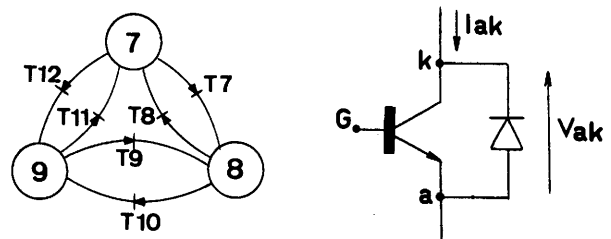
Definindo os estados lógicos 1 e 0 para um interruptor, conduzindo e bloqueado respectivamente (saída do interruptor), associa-se ao grafo da Rede de Pétri uma matriz de saída  $S_0$ . Essa matriz fornece o valor da saída do interruptor para uma "posição" dada. O valor lógico da saída desse interruptor para uma dada "marcação" será determinado a partir do produto entre a matriz de marcação (M) e a matriz

de saída do grafo;  $S = S_0 \times M$ . Esse valor lógico S determina o valor da resistência binária ( $R_{int}$ ), modelizando o semiconductor:  $R_{int} = S \times R_{condutor} + \bar{S} \times R_{bloqueado}$ .

Uma transição é dita sensibilizada por uma dada marcação se cada uma das posições precedentes compreende uma "ficha". Uma transição sensibilizada é dita "disparável" se sua receptividade é verdadeira.

A vantagem da Rede de Pétri reside no fato que ela atende a dois compromissos importantes: generalidade e simplicidade de implementação. Além disso, esse tipo de representação, ligada à definição de interruptor generalizado, permite uma grande flexibilidade ao programa de simulação, podendo o usuário definir sua própria Rede de Pétri (introdução de novos interruptores, considerar semicondutores compostos como um único interruptor, estudo da degradação dos semicondutores, etc...).

A figura 3 apresenta a representação por Rede de Pétri de um transistor em antiparalelo com um diodo.



Posições	Transições
7-transistor em condução, diodo bloqueado	T7: $G=0$
8-transistor bloqueado, diodo bloqueado	T8: $G=1$
9-transistor bloqueado, diodo em condução	T9: $V_{ak} > 0$ T10: $V_{ak} < 0$ T11: $V_{ak} > 0$ e $G=1$ T12: $G=0$ e $V_{ak} < 0$

Fig. 3: Representação por Rede de Pétri de semicondutores compostos.

### 3. MÉTODO DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO

A utilização do modelo elétrico através de resistências binárias para os semicondutores significa que qualquer sistema elétrico funcionando em comutação pode ser modelado como uma sequência de sistemas lineares, com as mesmas variáveis de estado.

O equacionamento automático é um dos ele-

mentos determinantes da generalidade de um programa de simulação e consequentemente do seu uso e difusão. A finalidade é definir as equações do sistema elétrico na forma de estado (Balabanian & Bickart, 1979; Chua & Lin, 1975):

$$\frac{dX(t)}{dt} = A_i \cdot X(t) + B_i \cdot U(t) \quad (a)$$

$$Y(t) = C_i \cdot X(t) + D_i \cdot U(t) \quad (b)$$

onde  $1 < i < 2^n$ ; n: número de semicondutores.

O vetor de estado  $X(t)$  representa a tensão nos bornes dos capacitores pertencentes à árvore do circuito e as correntes através das indutâncias que não pertencem à árvore (capacitores e indutores serão considerados elementos lineares invariante no tempo). O vetor de entrada  $U(t)$  representa as fontes de tensão e/ou corrente do sistema. O vetor de saída  $Y(t)$  representa a diferença de potencial sobre os elementos resistivos, incluindo os semicondutores (assim sendo as comutações podem ser determinadas). As matrizes de estado  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$  são calculadas para uma topologia fixa a partir dos parâmetros do circuito elétrico, incluindo as resistências representativas dos semicondutores.

A solução de um sistema linear de equações diferenciais invariante no tempo pode ser descrita pela seguinte equação recorrente:

$$X(t+T) = F_i(T) \cdot X(t) + G_i[T, U(t)] \quad (2)$$

onde

$$\begin{cases} F_i(T) = \exp(A_i \cdot T) \\ G_i[T, U(t)] = \exp(A_i \cdot T) \cdot \int_0^T \exp(-A_i \cdot v) \cdot B_i \cdot U(t+v) dv \end{cases}$$

O cálculo do termo  $F_i(T)$  deve ser rápido e preciso (Schonek, 1977). O passo de cálculo  $T$  pode matematicamente assumir qualquer valor. Ele pode ser considerado com um intervalo de observação e, contrariamente ao passo dos métodos iterativos, ele não necessita estar ligado à menor constante de tempo do sistema a ser simulado.

### 3.1. CÁLCULO DA MATRIZ INTEGRAL $G_i$

Se o vetor de entrada  $U(t)$  é constante durante o passo de cálculo  $T$ , a solução de  $G_i$  é dada por:

$$G_i[T, U(t)] = \int_t^{t+T} \exp[A_i(t+T-v)] \cdot B_i \cdot U(v) dv =$$

$$A^{-1} [\exp(A_i \cdot T) - I] \cdot B_i \cdot U(t) \quad (3)$$

$$\forall v \in [t, t+T[ : U(v) = U(t)$$

onde  $I$  é a matriz identidade

No caso das fontes variáveis (por exemplo: senoidais), estas são representadas por uma função discretizada por partes, de largura igual ao passo de cálculo. No emprego deste tipo de solução, aconselha-se um passo de cálculo igual ou menor a  $1/200$  do período das fontes.

Portanto, considerando o vetor de entrada constante durante o passo de cálculo, a precisão dos resultados é função da frequência de amostragem do sistema.

Verifica-se aqui a necessidade de se encontrar um outro método de resolução da equação (1); particularmente quando o vetor de entrada não puder ser mantido constante no intervalo  $[t, t+T[$ .

### Equação de Estado Autônoma

O objetivo é transformar um sistema de equações de estado não autônomo em um sistema autônomo.

O vetor de entrada  $U(t)$  é tomado como a saída de um sistema linear autônomo invariante no tempo dado por:

$$\frac{dXu(t)}{dt} = A_u \cdot Xu(t) \quad (4)$$

$$U(t) = C_u \cdot Xu(t)$$

Esta é uma hipótese não restrita, haja visto que ela pode ser estendida para as funções do tipo exponencial, senoidal, polinomial e todas as suas combinações.

Tomar-se-á como exemplo o seguinte sistema trifásico:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= U \cos(t) \\ U_2(t) &= U \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ U_3(t) &= U \cos(\omega t + 4\pi/3) \end{aligned}$$

a partir do qual é possível definir:

$$A_u = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}; \quad C_u = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos 2\pi/3 & \sin 2\pi/3 \\ \cos 4\pi/3 & \sin 4\pi/3 \end{bmatrix}$$

com

$$Xu(0) = \begin{bmatrix} \omega \cdot U \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$



Através da equação (12), fica evidente que a variação das fontes de entrada não exerce influência na precisão dos resultados.

### 3.2. TÉCNICA DO PASSO DE CÁLCULO VARIÁVEL

Um algoritmo usando passo de cálculo variável foi desenvolvido com o objetivo de aprimorar a precisão dos resultados.

A determinação do passo é baseada nas constantes de tempo da matriz dinâmica  $A_i$ . As constantes de tempo são calculadas a partir dos autovalores de  $A_i$ . Para o autovalor real " $\lambda$ ", o passo é obtido a partir a expressão seguinte:

$$T = \frac{1}{k * |\text{Re}(\lambda)|} \quad (13)$$

onde  $k$  depende do grau de precisão definido (sugere-se uma escolha de  $k$  entre 3 a 5).

No caso de autovalores complexos ( $\lambda, \bar{\lambda}$ ), o passo de cálculo escolhido é dado a seguir:

$$T = \frac{|(2 * \pi) / \text{Im}(\lambda)|}{k} \quad (14)$$

$k$  é tomado entre 20 a 50.

As constantes de tempo relacionadas com a modelagem dos semicondutores (resistência binária) não são consideradas na formação da tabela de passos de cálculo que o programa de simulação irá se servir.

### MUDANÇA AUTOMÁTICA DO PASSO DE CÁLCULO NO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

É mostrada na figura 4 uma representação esquemática da tabela de passo de cálculo levando em conta seus limites inferior e superior.

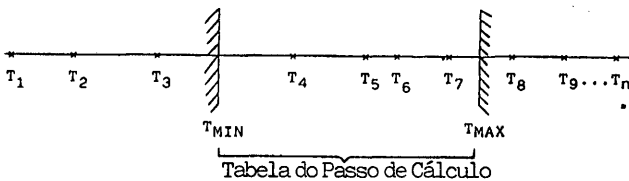


Fig. 4: Tabela do passo de cálculo

A simulação inicia com o passo de cálculo  $T_4$ , cujo valor é:

$$[k_4 * |\lambda_4|]^{-1} \rightarrow \lambda_4 \text{ valor próprio real ligado a } T_4.$$

Seja  $TR_p = kRp * T_4$  o tempo necessário para que o sistema associado a  $\lambda_4$  atinja uma certa percentagem da amplitude de regime permanente. Assim,  $kRp$  representa o número de vezes que  $T_4$  será retomado dentro do programa de simulação. Por exemplo: para  $\delta = 95\%$  resulta  $kRp = 3 * k_4$ .

Na hipótese de  $\lambda_4$  ser um valor próprio complexo conjugado, então  $T_4$  será retomado:  $kRp * \text{Re}(\lambda_4) * T_4^{-1}$  vezes.

Nesta situação  $kRp$  representa o número de constantes de tempo necessário para que o amortecimento do sistema atinja uma margem pré-estabelecida  $\Delta$ . Por exemplo: para  $\Delta = 2\%$  obtém-se  $kRp = 4$ .

O procedimento relatado é repetido para  $T_5, T_6, T_7$ , até, atingir  $T_{MAX}$ . No momento que  $T_{MAX}$  é atingido, o programa permanece com esse passo até que a simulação chegue a seu final, ou até haver uma mudança de configuração.

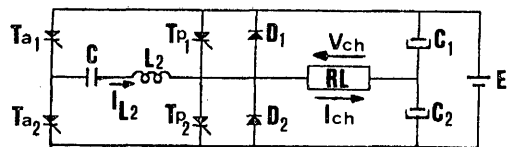
Os valores de  $T_{MIN}$  e  $T_{MAX}$  são obtidos a partir das características externas do circuito a ser analisado (Martins & Bordry, 1986).

## 4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

### 4.1. Inversor de Mac Murray

Neste exemplo fica evidente a contribuição que um método de simulação, utilizando a técnica do passo de cálculo variável, traz à análise dos conversores estáticos de potência por computador.

O circuito estudado é o inversor de Mac-Murray, cujo esquema é apresentado a seguir:



com:  $E = 50V$   
 $C_1 = C_2 = 1000 \mu F$   
 $L_2 = 200 \mu H$   
 $C = 30 \mu F$

Fig. 5: Inversor de Mac Murray

As figuras 6 e 7 mostram a comparação entre os resultados simulados e experimentais.

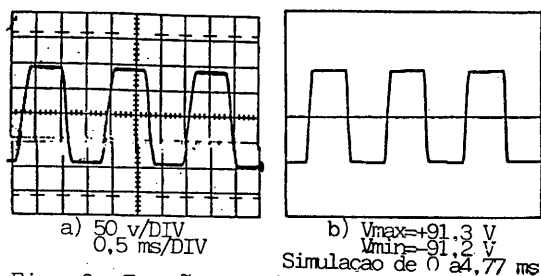


Fig. 6: Tensão nos bornes do capacitor de comutação.

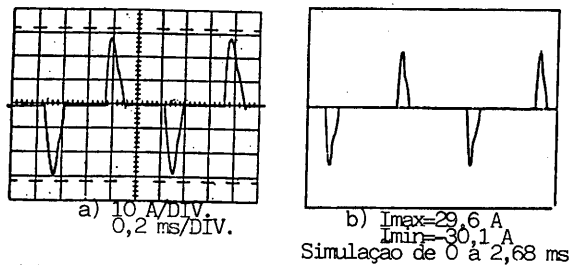


Fig. 7: Corrente no capacitor de comutação.

A figura 8 mostra uma perda de controle do inversor quando do emprego de um passo fixo de 200 $\mu$ s, isto é, 1/100 do período de funcionamento dos semicondutores.

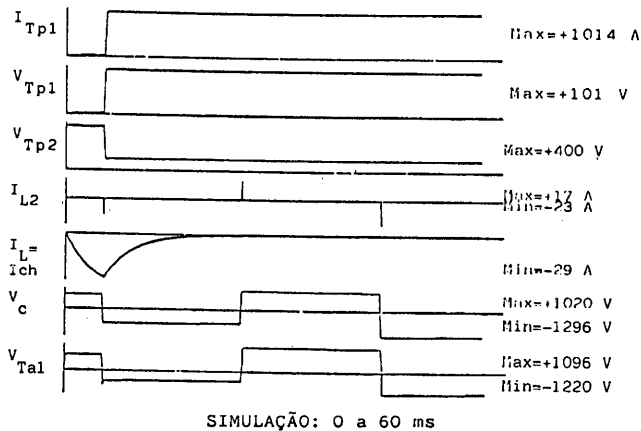
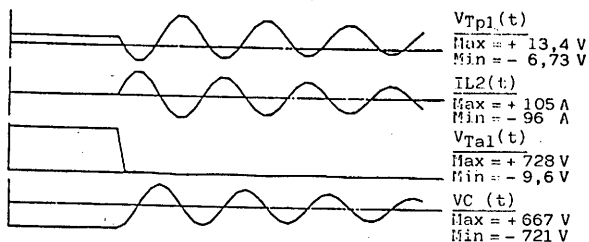


Fig. 8: Perda de controle do inversor em pregando a técnica do passo fixo.

A figura 9 apresenta, em condições amplificadas, os efeitos que ocorrem quando da condução de  $T_{al}$  por inibição do bloqueio do tiristor  $T_{p1}$ .



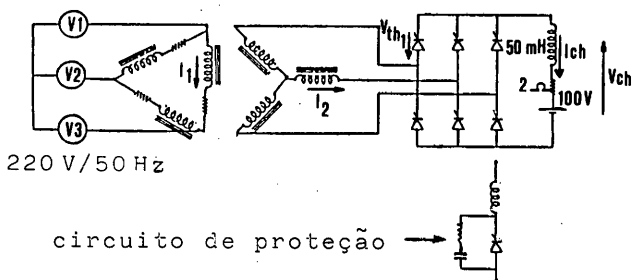
SIMULAÇÃO: 4,60 ms a 6,00 ms

Fig. 9: Efeito Amplificado

#### 4.2. RETIFICADOR CONTROLADO A TIRISTOR

Neste parágrafo é apresentada a simulação de um retificador controlado a tiristor com seu circuito de proteção (figura 10). Esse conversor é particularmente interessante devido às diferentes constantes de tempo envolvidas.

A figura 11 apresenta o resultado da simulação para os quatro primeiros períodos.



circuito de proteção

Fig. 10: Retificador controlado a tiristor.

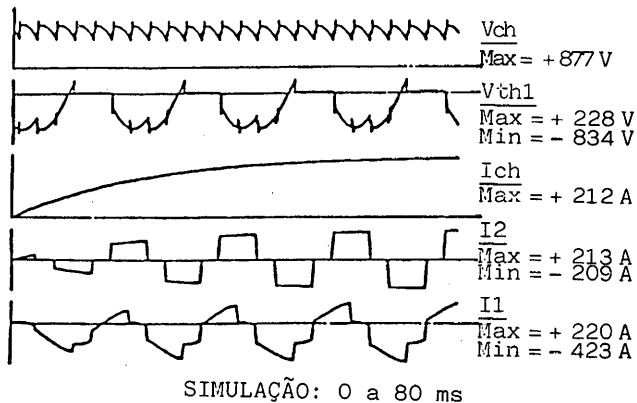


Fig. 11: Simulação do Regime Transitório

A tensão nos bornes do tiristor para a con.

dição de regime permanente é mostrada nas figuras 12 e 13.

A figura 12 foi obtida empregando-se a técnica de passo variável, e a figura 13 a técnica do passo fixo, ambas com 150 pontos de simulação por período.

Constata-se claramente uma perda de informações na utilização do passo fixo. Para se obter uma precisão semelhante à adquirida com o passo variável é preciso ter-se um passo fixo que gere 10.000 pontos de simulação por período.

A fim de mostrar a vantagem do método de integração de fontes as figuras 12 e 13 foram superpostas (figura 14). É possível notar a defasagem introduzida considerando as fontes constantes durante o passo de cálculo. Testes realizados mostraram que o método de integração de fontes é absolutamente independente do passo de cálculo, isto é, para um valor qualquer de passo os pontos calculados são isentos de defasagem.

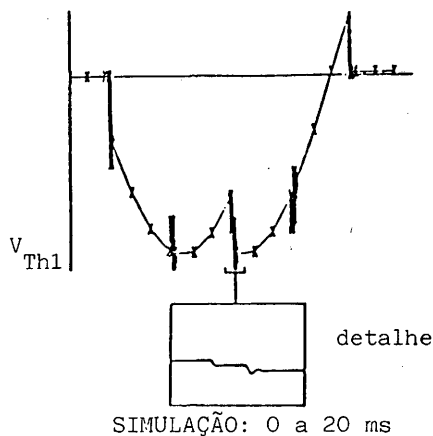


Fig. 12: Técnica do passo variável.

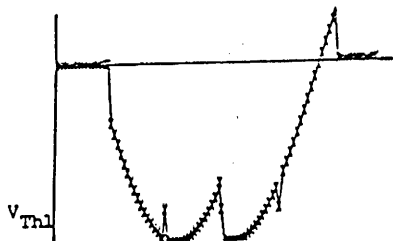


Fig. 13: Técnica do passo fixo.

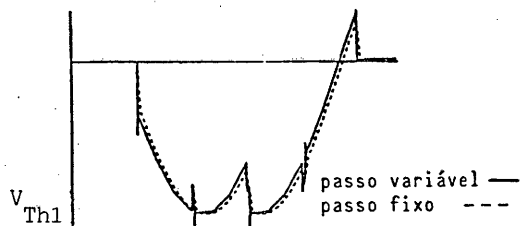


Fig. 14: Método da integração de fontes.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo descreve um método de simulação para sistemas eletrônicos de potência. O método desenvolvido permite obter uma alta precisão sem necessidade de se manter um pequeno passo de cálculo durante toda a simulação.

Os exemplos apresentados evidenciam os aspectos qualitativos do método de integração de fontes a passo variável, tais como evitar a perda de transitórios.

Os resultados obtidos mostram claramente a eficiência e as vantagens do novo método.

O programa de simulação aqui apresentado é de grande importância na análise e estudos futuros de novas montagens. Ele foi estruturado de maneira a ser facilmente manipulado, não somente pelos especialistas em eletrônica de potência, mas sobretudo por técnicos envolvidos cotidianamente com esse trabalho.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcon, J.C, (1984). Simulation des Convertisseurs-Representation des Interrupteurs par Réseau de Pétri, Tese de Doutor Engenharia, INP Toulouse-França, capítulo 3, pp 22-35.
- Balabanian, N. & Bickart, T., (1979). Electrical Network Theory, Wiley, New-York, capítulo 4, pp 245-257.
- Bordry, F. & Foch, H. & Metz M., (1983). "Simulation of piecewise linear structured electric circuits. Pétri net representation of semiconductors functioning in commutation", Simulation in Engineering Sciences-Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland) - IMACS.
- Bordry, F. & Martins, D.C., (1985). "Simulation of power-electronic Systems - Computation method using variable step", First European Conference on Power Electronics and Applications Brussels, vol. 1: 2.143-2.146.



- Bordry, F. & Cheron, Y. & Foch, H. & Metz, M., (1985). "Analyse des méthodes d'étude et de Simulation des convertisseurs-Application à un convertisseurs à résonance". Electronique de Puissance du Futur, SEE, Grenoble-França.
- Chua, L.O. & Lin, P.M., (1975). Computer Aided Analysis of Electronic Circuits, Prentice-Hall, New-Jersey - USA, Capítulo 9, pp 364-372.
- Jameson A., (1968). "Solution of the equation  $AX + XB = C$ ", SIAM Journal of Applied Mathematics, vol. 16, nº5: 1020-1023.
- Martins, D.C., (1986). "Etude de la Variation du Pas de Calcul dans la Simulation des Convertisseurs Statiques (Logiciel SCRIPT) - Application à la modelisation de convertisseurs à transistor de Puissance", Tese de Doutorado do INPT, Toulouse-França, capítulo 2, pp 51-86.
- Martins, D.C. & Bordry, F., (1986). "Simulação de redes elétricas a semicondutor funcionando em comutação usando passo de cálculo variável", Anais do 2º Congresso Latino americano de Controle Automático, Buenos Aires-Argentina, vol. 2: 296-301.
- Schonek, J., (1977). "Simulação Numérique des Convertisseurs Statiques. Elaboration d'un Programme Général. Application à la Conception et l'Optimisation des Convertisseurs", Tese de Doutor Engenharia, INP Toulouse-França, Capítulo 1, pp 21-28.