

APROXIMAÇÃO DE FILTROS DIGITAIS COM COEFICIENTES SIMPLES

E. Abreu
PEE
COPPE/UFRJ

J. Szczupak
DEE
PUC/RJ

J. Souza Neto
Lab. Central, EOP-32
EMBRATEL

Resumo

Em algumas aplicações de filtragem digital, notadamente no processamento de imagens em tempo real, como o caso da televisão digital, a técnica de aproximação utilizada para obter a transferência do filtro tem papel de relevância. Isto porque frequências de amostragem da ordem de dezenas de megahertz praticamente obrigam o filtro a ter uma implementação baseada em operações aritméticas simples, substituindo multiplicações por deslocamentos da palavra digital.

Os filtros de interesse neste trabalho atendem a este requisito, limitando os coeficientes da função de transferência a serem potências de 2 ou zero.

Este trabalho apresenta método de aproximação FIR com essas características, partindo de estruturas com ressonadores, já conhecidas, mas estendendo o seu alcance através de duas novas técnicas, ajustadas ao DRDF inicialmente utilizado. As novas técnicas do DRDF-FIR e DRDF-IFIR são discutidas com resultados ilustrando o desempenho dos métodos, no tocante ao aumento da classe de funções de transferência aproximadas e à redução da ordem da aproximação, intimamente relacionada com a complexidade e custo do hardware. Diversas ilustrações são apresentadas em apoio a estas conclusões.

Abstract

In some digital filter applications, especially in real time image processing, as with digital television, the approximation technique used to obtain the filter transfer function plays a relevant part. This is because sampling frequencies of dozens of megahertz require the filters to have an implementation based on simple arithmetic operations, for example with multipliers replaced by shifts of the digital word.

The filters discussed in this paper fulfill these requirements, with coefficient magnitudes being either zero or integer powers of two.

An approximation method with these characteristics is presented, based on known FIR structures including resonators, but having its range extended through the use of two new techniques, adjusted to the DRDF method, used at first. The DRDF-FIR and DRDF-IFIR techniques are discussed with results illustrating the performance of the methods as regards to an increased range of approximated functions and to the reduction on the order of the approximation, closely related to the complexity and cost of the hardware. Several illustrations are presented to support these conclusions.

Keywords: Digital filter; Approximation; Image processing; Television;

1. INTRODUÇÃO

Algumas técnicas de aproximação de filtros digitais FIR com coeficientes limitados a zero ou potências de 2 foram desenvolvidas nos últimos anos. Uma delas, 'Difference Routing Digital Filter' - DRDF (Van Gerwen e outros, 1975) consiste no cascadeamento de uma estrutura FIR com uma recursiva (ressonador), mas tal que o conjunto permanece FIR.

Esta estrutura está mostrada na Figura 1, na parte representada por linhas cheias. Os polos do ressonador, devido ao uso de determinados coeficientes simples, localizam-se sobre o círculo unitário.

O DRDF foi implementado em máquina de grande porte (Benvenuto & Franks & Hill, agosto 1985) otimizando por programação dinâmica uma determinada função erro,

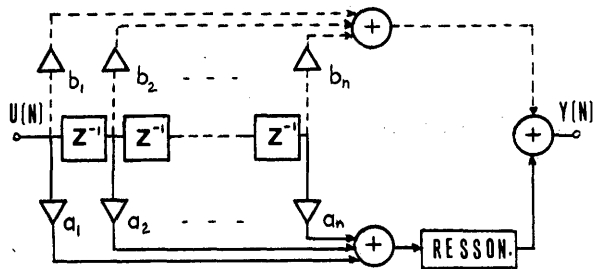


Fig. 1 Estrutura DRDF-FIR
 ——— DRDF ——— FIR

$$E = \sum [g(n) - k \cdot h(n)]^2 \quad (1)$$

onde $h(n)$ é a resposta impulsional desejada, $g(n)$ a obtida e k um fator de escala convenientemente escolhido. O método em questão tem como desvantagem necessitar de grandes áreas de memória, que é típico da programação dinâmica.

Um primeiro resultado deste trabalho é uma redefinição do processo de otimização acima descrito, dela resultando uma nova implementação do método de programação dinâmica, mas sem o requisito de máquinas de grande porte, mesmo para filtros de ordem elevada.

Da maneira como o método foi originalmente implementado, todos os vetores de estado do filtro vão sendo armazenados a cada passo do processo e para todas as alternativas avaliadas, dentro de uma dada faixa de tolerância. Ao final, os coeficientes correspondentes à solução de menor erro são calculados a partir dos estados armazenados, dos finais para os iniciais. Assim, a quantidade de memória necessária está diretamente ligada à ordem do filtro e do ressonador. Para filtros de ordem elevada torna-se muito difícil a utilização deste método em microcomputadores.

Na implementação proposta, os vetores de estado não são permanentemente armazenados ao longo do processo, sendo guardados apenas os vetores correspondentes ao estado atual e ao próximo estado, calculado a partir do atual. O próximo estado é então armazenado na posição que correspondia ao estado atual no passo anterior, iterativamente. Por outro lado, os coeficientes de todas as possíveis alternativas vão sendo armazenados numa estrutura em árvore, sendo a busca final da solução de menor erro feita na árvore dos coeficientes e não mais através do histórico de estados da programação dinâmica. Os coeficientes são armazenados de forma condensada (como bits), sendo mínima a quantidade de memória utilizada em comparação com o outro método (estima-se uma redução na utilização de memória de $(N/2)$ vezes aproximadamente, onde N é a ordem do filtro).

O novo programa é uma ferramenta de software adequada a microcomputadores tipo IBM-PC, em que para filtros de ordem aproximadamente igual a 100 é usual um tempo de otimização de cerca de um ou dois minutos.

Mesmo assim, o DRDF para uma especificação como a da Figura 2 levaria a um filtro digital de ordem superior a 300, com grande parte dos taps da linha de retardo preenchidos com multiplicadores não nulos, complicando sobremaneira a implementação do filtro. Este processo está intimamente ligado às limitações da técnica DRDF de lidar com filtros de banda de passagem larga (Bateman, 1980). A técnica utilizada é alternar interpolação e decimação, levando a ordem interna do filtro muitas vezes a valores intoleráveis.

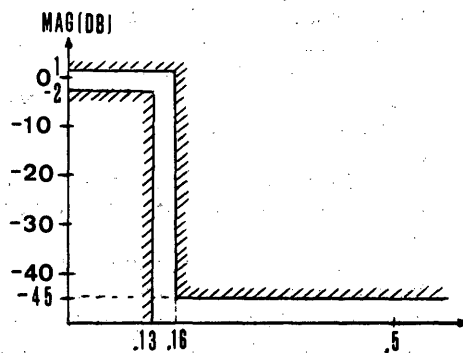


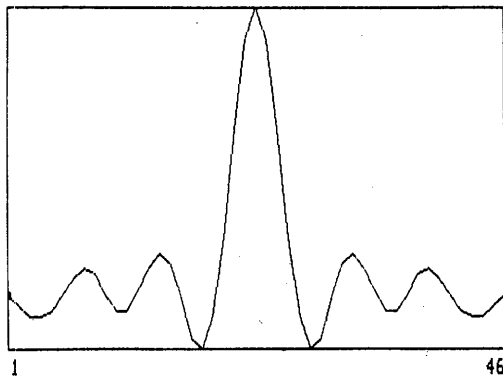
Fig. 2 Exemplo de Filtro Passa-baixa para TV Digital

Desta forma torna-se necessário desenvolver método alternativo que permita limitar a complexidade da implementação do filtro, pela redução de sua ordem, e/ou pela obtenção de taps com coeficientes nulos.

2. MÉTODO DRDF-FIR

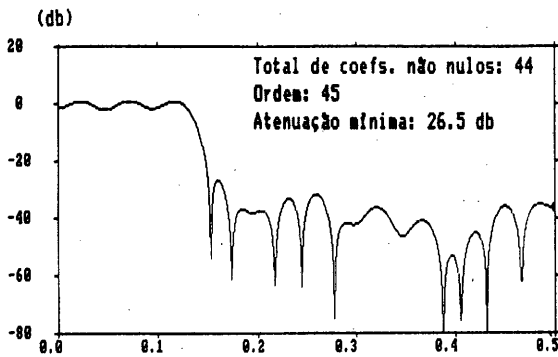
Uma primeira etapa no processo de redução da complexidade do filtro é observada ainda na Figura 1, através da incorporação dos multiplicadores com coeficientes b_i , ali representados em tracejado. A ideia básica é a de utilizar uma aproximação DRDF de ordem mais baixa, e portanto com maior erro. Esse erro seria compensado através de uma segunda aproximação FIR, esta envolvendo os coeficientes b_i .

Através de diversos exemplos, notou-se que aproximações DRDF de ordem baixa eram em muitos casos suficientes para obter respostas no tempo praticamente coincidentes com as desejadas, exceto por algumas regiões de erro acentuado. Estas aproximações, ainda que não muito boas, geralmente já satisfaziam o espectro da resposta na faixa de passagem, sendo que o erro resultante tem uma distribuição de energia com aspecto uniforme em frequência. A Figura 3 ilustra esta situação para a mesma especificação referida anteriormente, mostrando em (3a) a resposta no tempo apresentada para a aproximação DRDF



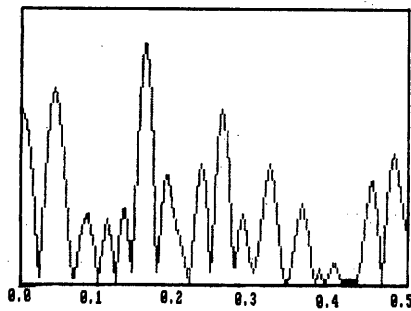
(3a)

Aproximação DRDF: resposta no tempo.



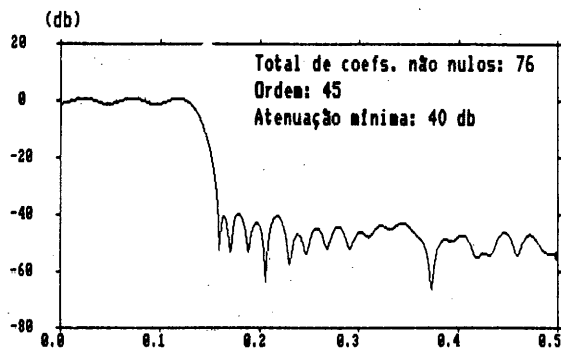
(3b)

Aproximação DRDF: resposta em frequência.



(3c)

Aproximação DRDF: Resposta em Frequência do Erro da Aproximação.



(3d)

Aproximação DRDF-FIR: Resposta em Frequência.

Fig. 3

resposta obtida. Na Figura (3c) pode-se observar o espectro do erro, e em (3d) o espectro da aproximação DRDF-FIR, indicando a melhoria na resposta devido ao uso dos coeficientes b_i , para um aumento de complexidade pequeno quando comparado ao necessário para atingir este resultado usando apenas a técnica DRDF.

É importante observar na Figura (3b) que apenas a faixa de rejeição da aproximação DRDF não atende às especificações. Portanto, a segunda aproximação FIR deve ser feita não sobre o erro propriamente, mas sobre o erro convenientemente filtrado, de tal forma que apenas as componentes da faixa de rejeição sejam aproximadas, obtendo-se com isto uma diminuição no número de coeficientes b_i . No computo geral o DRDF-FIR apresenta, para resultados iguais, grau de complexidade inferior.

A técnica DRDF é particularmente interessante quando a função desejada tem faixa de passagem estreita. A utilização DRDF-FIR permite aproximar em muitos casos, e com boa qualidade, funções com faixa de passagem mais larga, graças à segunda etapa FIR da aproximação.

Apesar das melhorias apresentadas pelo método DRDF-FIR em relação ao DRDF clássico, reduções maiores na complexidade do filtro podem ser obtidas através de técnica baseada no FIR interpolado (Neuvo & Cheng-Yu & Mitra, 1984).

3. MÉTODO DRDF INTERPOLADO, DRDF-IFIR

Por conveniência será feita uma breve revisão dos conceitos do FIR interpolado (Neuvo & Cheng-Yu & Mitra, 1984), facilitando a compreensão do seu emprego à técnica DRDF.

Seja um filtro digital $H_1(z)$ com resposta impulsional no tempo $h_1(n)$. Se $L-1$ amostras de valor zero forem inseridas entre as amostras de $h_1(n)$, uma nova sequência será obtida:

$$h_2(n) = \begin{cases} h_1(n/L) & n = iL, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0 & \text{outros valores de } n \end{cases} \quad (2)$$

A Transformada Z de $h_2(n)$ será

$$H_2(z) = H_1(z^L) \quad (3)$$

Deste modo a implementação de $H_2(z)$ é obtida da implementação de $H_1(z)$ pela simples substituição de cada atraso por L atrasos. As Figuras (4a) e (4b) mostram este procedimento para o caso de $L = 2$.

Se o filtro da Figura (4b) for cascateado com um filtro passa-baixa F (filtro interpolador), a segunda banda será eliminada, resultando no filtro $H(z)$ da Figura (4c), cuja resposta no tempo equivale a $h_1(n)$ in-

de ordem baixa, 50, e em (3b) o espectro da

terpolada com um fator de 2.

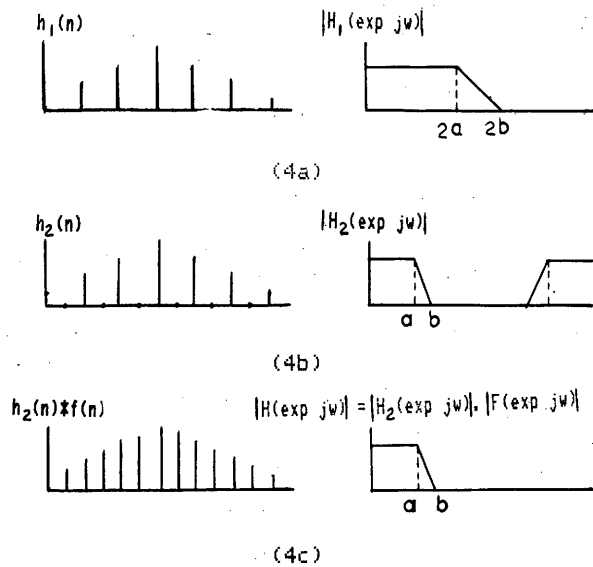


Fig. 4 Método IFIR.

A técnica IFIR consiste então em:

- (i)- Dada a especificação de um filtro, obter uma nova especificação escalando em frequência a especificação original por um fator L.
- (ii)- Aproximar a nova especificação por um filtro $H_1(z)$. A ordem deste filtro será aproximadamente L vezes menor do que a ordem necessária para aproximar a especificação original.
- (iii)- Fazer $z = z^L$, ou seja, substituir cada atraso por L atrasos.
- (iv) - Cascatear o filtro resultante com um filtro interpolador F, a fim de eliminar as réplicas não desejadas da banda passante original.

Como o filtro interpolador possui, em geral, um ripple grande em sua banda passante, é necessário compensá-lo através de uma pré-distorção da especificação original. Um exemplo é visto na Figura 5.

A técnica IFIR não é de aplicação imediata ao método DRDF, já que se fundamenta em aproximar uma resposta em frequência, cuja largura de faixa é expandida em múltiplo da banda original, dificultando a aproximação. No entanto, quando utilizada em conjugação com o DRDF-FIR, reduz substancialmente a complexidade da aproximação. A Figura 6 mostra o resultado da aproximação da mesma especificação anterior pela estrutura DRDF-IFIR.

Nesta aplicação do DRDF-IFIR para o caso representado na Figura 6, aparece um dos fatores que permitem a obtenção de resultados vantajosos em relação ao DRDF clássico. Nota-se que o filtro passa-baixa da interpolação rejeita, por si grande parte dos sinais na faixa de rejeição especificada originalmente. Desta forma, o DRDF-IFIR tem uma faixa de rejeição menor para cuidar, já que as caracte-

terísticas do restante da faixa estão garantidas.

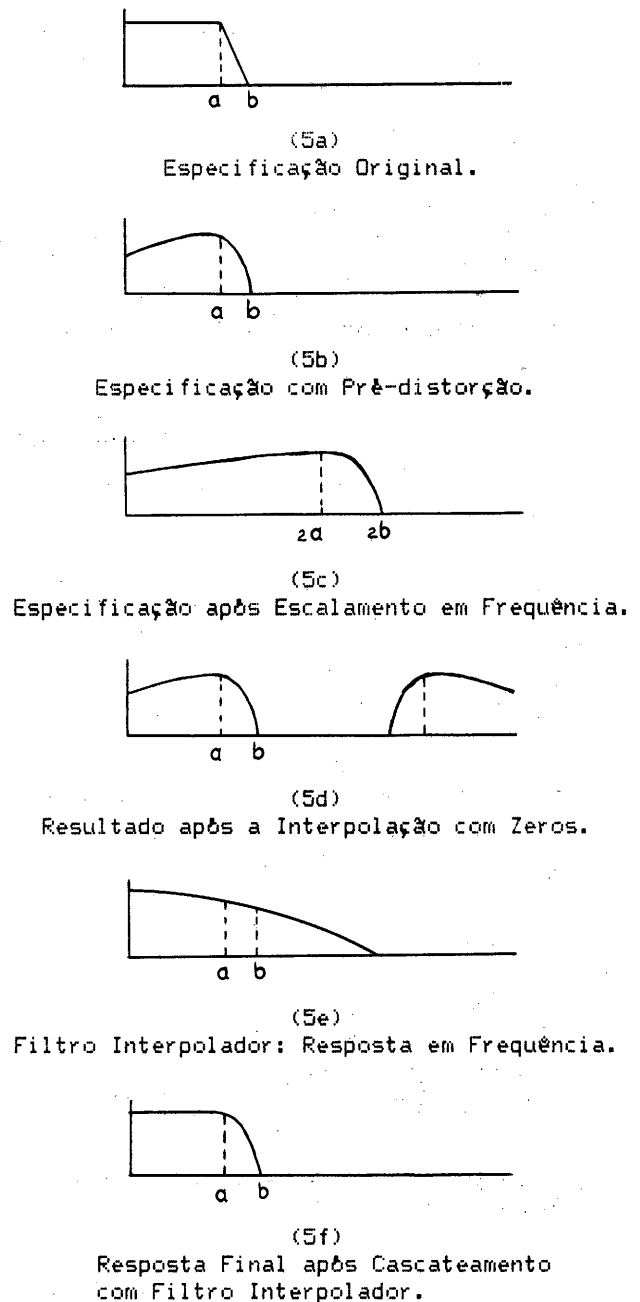


Fig. 5 Introdução de Pré-distorção no Método IFIR.

4. FILTROS DE FAIXA LARGA

As estruturas DRDF-FIR e DRDF-IFIR permitem aproximar filtros de faixa consideravelmente maior do que seria possível com a estrutura DRDF simples. No entanto, para frequências de corte acima de $f_a/4$ é geralmente preferível aproximar o filtro complementar $H_c(z)$ de frequência de corte $f_a/2 - f_c$, e obter o filtro desejado $H(z)$ através da relação de complementação

$$H(z) = \alpha z^{N/2} + \beta H_c(z) \quad (4)$$

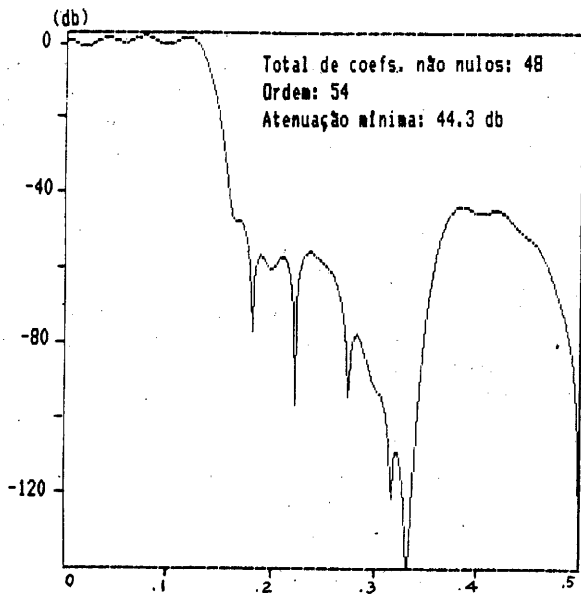
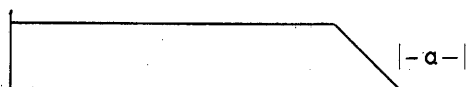


Fig. 6 Aproximação DRDF-IFIR:
Resposta em Frequência.

onde N é a ordem de $H_c(z)$, α é o ganho de $H_c(z)$ na banda passante e $\beta = -1$ (se $z^{-N/2}$ e $H_c(z)$ têm mesma fase na banda passante) ou 1 (se $z^{-N/2}$ e $H_c(z)$ têm fases opostas na banda passante).

Para que a constante necessária para a complementação não implique em um aumento do hardware, é indicado que o ganho seja escolhido de forma que seja realizado por coeficientes simples. Esta restrição implica numa aproximação sub-ótima, já que perdeu-se um grau de liberdade na aplicação do DRDF,



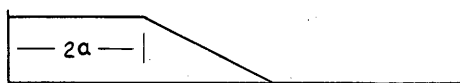
(7a)
Especificação Original.



(7b)
Especificação Complementar.



(7c)
Transformação $z \rightarrow -z$.



(7d)
Escalamento em Frequência ($L=2$).

Fig. 7

que era o fator de escala. No entanto, mesmo assim os ganhos devido à redução na largura de faixa do filtro a ser aproximado são ainda vantajosos.

Após a complementação, o filtro é escalado em frequência por um fator L , e a seguir é aproximado. Se for conveniente, o filtro complementar também pode ser transformado em passa-baixa através da transformação $z \rightarrow -z$ (Figura 7).

A rede resultante incluindo a complementação é mostrada na Figura 8.

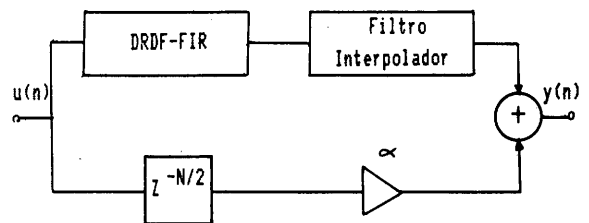
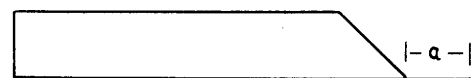


Fig. 8

É possível que o filtro a ser aproximado, devido ao escalamento em frequência, possua largura de faixa maior do que $f_a/4$. Neste caso pode-se fazer uma segunda complementação para reduzir a largura de faixa. A Figura 9 ilustra esta situação e na Figura 10 é vista a rede correspondente.



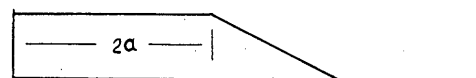
(9a)
Especificação Original.



(9b)
Primeira Complementação.



(9c)
Especificação Estendida.



(9d)
Segunda Complementação.

Fig. 9

Os atrasos necessários para a complementação podem ser obtidos diretamente da linha de retardo do DRDF, sem aumento da complexidade do filtro.

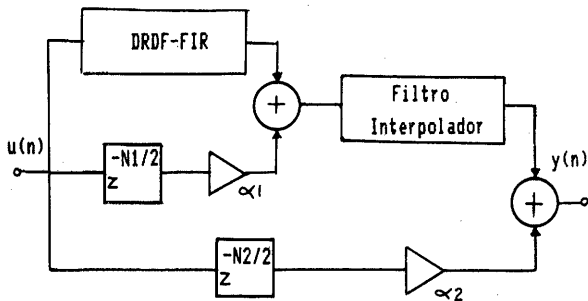


Figura 10

Dependendo da especificação para a aproximação, o DRDF é melhor desenvolvido através de uma combinação de procedimentos do tipo das complementações indicadas no exemplo anterior. Diversas outras alternativas são então possíveis, não estando elas incluídas no texto devido à limitação de espaço. No entanto, a Figura 11 apresenta uma implementação por blocos genérica, cobrindo as diversas opções. Por exemplo, no caso da rede da Figura 10 pode-se identificar: coeficientes a_i (DRDF) => F2, ressonador (DRDF) => F3, coeficientes b_i => F4, complementações => F5 e F7, filtro interpolador => F6. Estes resultados deverão ser objeto de uma futura comunicação.

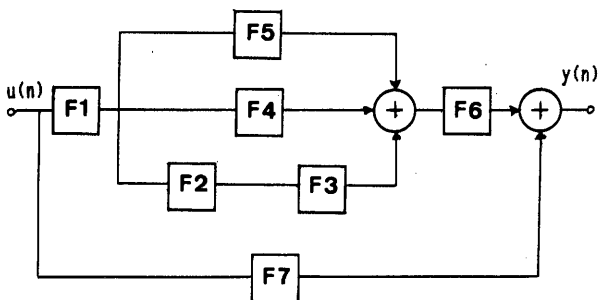


Fig. 11 Implementação Genérica do Método DRDF-IFIR.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou diversas técnicas baseadas no método DRDF de aproximação. Inicialmente foi desenvolvido o DRDF através de software adequado a microcomputadores de uso pessoal, preservando aspectos de velocidade, enquanto são minimizados os requisitos de memória da máquina.

As restrições que se aplicam à técnica DRDF, ordens finais muito elevadas e restrição a filtros de banda estreita, são inicial-

mente suplantadas pela técnica DRDF-FIR, em que o DRDF de ordem baixa faz uma aproximação 'grosseira' da resposta, ficando por conta de uma etapa FIR o ajuste fino do espectro, modelando em frequência o erro. Os ganhos na redução de complexidade dos filtros são apreciáveis.

A combinação dessas propriedades com a técnica de interpolação FIR, o DRDF-IFIR consiste em uma segunda etapa de otimização conjugada ao DRDF-FIR. As propriedades do IFIR na modelagem do espectro levam, para uma mesma ordem da síntese DRDF-FIR, a um grande número de taps com coeficientes nulos.

Diversas técnicas de complementação e manipulação de espectro estendem estes resultados a uma variedade de especificações, em particular filtros de banda larga.

Os filtros obtidos através destas especificações são passíveis de implementação a altas taxas de amostragem, o que será objeto de futura comunicação pelos autores.

VI - REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bateman, M. R., (1980). "An Approach to Programmable CTD Filters Using Coefficients 0, +1, -1". *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-27, no. 6: 451-456.
- Benvenuto, N. & Franks, L. E. & Hill, F. S., (1984). "On the Design of FIR Filters with Powers-of-two Coefficients". *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-32, no. 12: 1299-1307.
- Benvenuto, N. & Franks, L. E. & Hill, F. S., (outubro 1985). "Realization of Finite Response Filters Using Coefficients +1, 0, and -1". *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-33, no. 10: 1117-1125.
- Benvenuto, N. & Franks, L. E. & Hill, F. S., (agosto 1985). "Dynamic Programming Methods for Designing FIR Filters Using Coefficients -1, 0, and +1". *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-34 no. 4: 785-792.
- Van Gerwen, P. J. & Mecklenbrauker, W. F. G. & Verhoeckx, N. A. M. & Snijders, F. A. M. & Van Essen, H. A., (1975). "A New Type of Digital Filter for Data Transmission". *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-23, no. 2: 222-234.
- Neuvo, Y. & Cheng, D. & Mitra, S. K., (1984). "Interpolated Finite Impulse Response Filters". *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-32 no. 3: 563-570.