

SIMULAÇÃO DE IMAGENS DE BAIXA RESOLUÇÃO

Gerald Jean Francis Banon *

Resumo – Neste artigo um procedimento de filtragem é proposto para simular uma imagem de baixa resolução a partir de uma de alta resolução. Baseado na hipótese de que os sistemas imageadores da atual geração a bordo de satélites de observação da terra podem ser representados por filtros lineares com Funções de Espalhamento Pontual separáveis e gaussianas, o procedimento proposto consiste em encadear filtros elementares que têm Funções de Espalhamento Pontual com suporte finito pequeno. As relações entre os parâmetros do procedimento proposto e os parâmetros dos sistemas imageadores que produzem as imagens de baixa e alta resolução são derivadas através de um desenvolvimento análogo ao utilizado para estabelecer alguns resultados clássicos da Teoria das Probabilidades. Seis exemplos numéricos são dados que ilustram como obter uma imagem MSS (Multispectral Scanner) ou SSR (Satélite de Sensoriamento Remoto) a partir de uma imagem TM (Thematic Mapper). O procedimento proposto possui características que permitem sua fácil implementação no SITIM (Sistema de Tratamento de IMagens).

Abstract – In this paper a filtering procedure is proposed to simulate a low resolution image from a high resolution one. Based on the assumptions that the present generation of imagery systems on board the earth observation satellites can be represented as linear filters having separable and gaussian Point Spread Functions, the proposed procedure consists in enchainning elementary filters which have a small, finite Point Spread Function support. The relationships between the parameters of the proposed procedure and the parameters of the imagery systems that produce the low and high resolution images are derived through a similar development to the one used to establish some classical results in Probability Theory. Six numerical examples are

given which illustrated how to obtain a MSS (Multispectral Scanner) or a SSR (“Satélite de Sensoriamento Remoto”) image from a TM (Thematic Mapper) image. The proposed procedure has features that allows its easy implementation on the SITIM (Sistema de Tratamento de IMagens).

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é mostrar como utilizar o encadeamento de filtros digitais lineares de duas dimensões (2D) com função de espalhamento pontual (FEP) finita (i.é. com suporte finito) para simular uma imagem de baixa resolução a partir de uma imagem de alta resolução.

O imageador que produz a imagem de alta resolução é chamado aqui de imageador de alta resolução e o imageador que produz a imagem de baixa resolução é chamado de baixa resolução.

Neste trabalho a imagem simulada de baixa resolução é suposta ter as mesmas características espectrais que a imagem de alta resolução.

O problema de simulação de imagens é importante em todas as aplicações onde se precisa trabalhar com imagens com resoluções diferentes a fim de comparar o impacto da mudança de resolução em termos visuais ou em termos do desempenho dos procedimentos de análise automática de imagens (e.g. a classificação automática). Um exemplo bem atual é a simulação das imagens que serão produzidas pelo imageador a bordo do Satélite de Sensoriamento Remoto (SSR) do futuro satélite da missão espacial completa brasileira (MECB). Os especialistas em interpretação de imagens de sensoriamento remoto têm um grande interesse em estudar,

* Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), Departamento de Processamento de imagens, Av. dos Astronautas, 1758, C.P. 515, 12201 São José dos Campos, SP.

desde já, quanto as futuras imagens do SSR poderão trazer de informações para seu campo. Para dispor de imagens SSR, a solução proposta aqui é filtrar imagens de resolução mais fina como as produzidas pelo imageador "Thematic Mapper" (TM) dos satélites da série LANDSAT ou ainda do imageador "Haute Resolution Visible" (HRV) do satélite SPOT, e reamostrar, pelo método do vizinho mais próximo, as imagens filtradas para chegar à escala original do imageador de baixa resolução.

Para este mesmo problema, outras soluções baseadas em conversão de taxa de amostragem (cf. (Crochiere & Rabiner, 1983) ou (Fonseca, 1988)) já foram implementadas (Fonseca & Banon, 1989). No entanto neste trabalho, a preocupação foi de propor uma solução ao problema da simulação que seja de fácil implementação a partir dos recursos atualmente disponíveis na área de processamento de imagens, e em particular pensando no uso do "Sistema de Tratamento de IMagens" (SITIM) desenvolvido pelo INPE e já disponível em todo o Brasil. O procedimento de filtragem proposto leva em conta as restrições existentes no SITIM que consistem em executar operações de filtragem linear digital 2D com FEP possuindo um suporte de dimensão mínima 3 por 3 e máxima 7 por 7. O problema da reamostragem pelo método do vizinho mais próximo não traz nenhuma dificuldade particular; desta forma somente o aspecto da filtragem é abordado aqui, e finalmente o problema da simulação é visto simplesmente como um problema de filtragem.

Considerando que um modelo apropriado para representar a geração atual de imageadores a bordo de satélites de observação da terra é o de um filtro linear com FEP separável e em particular gaussiana (Fonseca, 1988), a idéia que inspirou este trabalho é que o encadeamento de filtros lineares, aqui chamados elementares, com FEPs com suporte finito, de dimensão M por N, pode ser usado na simulação das imagens produzidas por estes imageadores. O que sustenta esta idéia é uma propriedade assintótica do produto de convolução que é bem conhecido dos probabilistas, sob o nome de "Teorema do Limite Central", assim como a propriedade do produto de convolução ser fechado em relação às funções gaussianas.

Por outro lado, a hipótese de separabilidade permite considerar apenas filtros elementares com FEPs com suporte de dimensão 1 por N ou M por 1. Na simulação proposta, os filtros elementares encadeados têm FEPs com suporte de dimensão 1 por 3 ou 3 por 1. Assim as FEPs dos filtros elementares, ou de uma maneira equivalente, as relações dos pesos das máscaras dos filtros elementares, dependem de um só parâmetro (chamado aqui de α_i) que, por sua vez, é relacionado

- ao passo (chamado aqui de δ) da grade da imagem original de alta resolução, ou passo de digitalização,

- a um parâmetro de espalhamento (chamado aqui de σ_{Fi}^2) que depende das características de resolução dos imageadores de alta e baixa resolução nas linhas ou colunas e

- ao número de vezes (chamado aqui de n) que os filtros elementares devem ser aplicados.

No capítulo 2, a fórmula descrevendo este relacionamento é obtida aplicando resultados elementares da Teoria das Probabilidades. No capítulo 3, a relação entre o IFOV ("Instantaneous Field of View") e os EIFOVs ("Effective Instantaneous Field Of View") é examinada no caso de um imageador representável por um filtro separável e gaussiano. No capítulo 4, seis exemplos de aplicação são considerados, que ilustram o procedimento de filtragem para a simulação de imagens do Multispectral Scanner (MSS) dos satélites da série LANDSAT e do SSR da MECB a partir de imagens do TM.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS E ALGORITMO DE FILTRAGEM

2.1. Contribuição da Teoria das Probabilidades à Teoria da Filtragem

Sejam Z o conjunto dos números naturais relativos, $Z = (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ e R o conjunto dos números reais. Seja δ um número real positivo, $\delta > 0$. Denota-se por δZ o conjunto dos números reais do tipo δk , onde k pertence a Z , i. é.

$$\delta Z = \{x \in R : x = \delta k, k \in Z\}$$

Denota-se por $(\delta Z)^2$ o produto cartesiano de δZ por ele mesmo. $(\delta Z)^2$ pode ser visto como o conjunto dos nós de uma grade quadrada infinita com passo δ . Seja A o conjunto δZ ou $(\delta Z)^2$ e seja f uma aplicação de A em R . f representa um sinal discreto ou uma imagem numérica (caso $A = (\delta Z)^2$). Da operação de filtragem linear de f por um filtro de resposta impulsiva, ou de maneira equivalente de Função de Espalhamento Pontual (FEP), h de A em R , resulta um novo sinal g de A em R dado pela convolução de f por h e denotada por $f * h$, i. é.

$$g(x) = (f * h)(x) = \sum_{u \in A} f(u)h(x - u) \quad (x \in A).$$

A fim de garantir que $g=f$ quando f é a aplicação constante ($f(x) = \alpha, \alpha \in R$, para todo $x \in A$), h tem que verificar a condição

$$\sum_{u \in A} h(u) = 1 \quad (1)$$

No caso $A = (\delta Z)^2$, a FEP h de um filtro verificando a propriedade (1) pode ser vista como a distribuição de probabilidade H_X de um par aleatório (p.a.) X real discreto, i. é X é um par de variáveis aleatórias (v.a.) reais discretas ("simple random variables" (Loève, 1955, p.9)) relativamente

a um certo experimento aleatório (Ω, A, P) . Assim, resultados da teoria das probabilidades, e em particular os dois resultados dados em seguida, podem ser aproveitados na área de filtragem linear.

RESULTADO 1. Sejam $x_1, \dots, x_k, \dots, x_n$ n p.a. reais discretos relativamente a um mesmo experimento (Ω, A, P) e H_{x_k} suas respectivas distribuições de probabilidade. Se os x_k ($k = 1, \dots, n$) são estocasticamente independentes (Parzen, 1962, p. 25) relativamente a P então a distribuição de probabilidade da soma dos x_k notada por $H_{x_1 + \dots + x_n}$ é dada por

$$H_{x_1 + \dots + x_n} = H_{x_1} * \dots * H_{x_n} \quad \square$$

Em apêndice, a prova deste resultado é apresentada porque é simples no caso de p.a. real discreto e difícil de se encontrar na literatura. No caso de v.a. possuindo densidades, ver por exemplo (Papoulis, 1965, p. 189 e p. 244 ou Parzen, 1962, p. 16).

Seja Σ a matriz de covariância de um p.a. $x = (x_1, x_2)$. Por definição Σ é dada por

$$\Sigma_{(x_1, x_2)} = \begin{bmatrix} E \tilde{x}_1^2 & E \tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \\ E \tilde{x}_1 \tilde{x}_2 & E \tilde{x}_2^2 \end{bmatrix}$$

onde \tilde{x}_j é a versão centralizada de x_j ; i. é

$$\tilde{x}_j = x_j - E x_j \quad (j=1, 2)$$

com E designando a esperança matemática (lembrando,

$$E x = \int_{\Omega} x(\omega) P(d\omega)$$

RESULTADO 2. Sejam $x_1, \dots, x_k, \dots, x_n$ n p.a. reais (não necessariamente discretos) relativamente a um mesmo experimento (Ω, A, P) e Σ_{x_k} suas respectivas matrizes de covariância. Se os x_k ($k = 1, \dots, n$) são estocasticamente independentes relativamente a P, então a matriz de covariância da soma dos x_k notada por $\Sigma_{x_1 + \dots + x_n}$ é dada por

$$\Sigma_{x_1 + \dots + x_n} = \Sigma_{x_1} + \dots + \Sigma_{x_n} \quad \square$$

O resultado é uma extensão da igualdade de Bienaymé (Loève, 1955, p. 12). Como a prova desta extensão é difícil de se encontrar na literatura, ela é dada em apêndice.

Seja h a FEP de A em R de um filtro verificando (1), então, chamam-se de *média* do filtro o elemento m de R (se $A = \delta Z$) ou R^2 (se $A = (\delta Z)^2$) dado por

$$m = \sum_{u \in A} u h(u) \quad (2)$$

e de *variância* do filtro (se $A = \delta Z$) o elemento σ^2 de R dada por

$$\sigma^2 = \sum_{u \in \delta Z} (u - m)^2 h(u) \quad (2a)$$

ou de *matriz de covariância* do filtro (se $A = (\delta Z)^2$) a matriz real Σ 2×2 dado por

$$\Sigma = [a_{ij}] \quad (2b)$$

com a_{ij} dado por

$$a_{ij} = \sum_{(u_1, u_2) \in (\delta Z)^2} (u_i - m_i)(u_j - m_j) h(u_1, u_2)$$

para $i, j = 1, 2$.

Os dois resultados acima podem ser aplicados ao caso do encadeamento de filtros lineares.

PROPOSIÇÃO 1. Sejam $\Sigma_1, \dots, \Sigma_n$ as matrizes de covariâncias de n filtros lineares com FEPs h_1, \dots, h_n de $(\delta Z)^2$ em R verificando (1), então a matriz de covariância Σ do filtro resultante do encadeamento destes n filtros é dada por

$$\Sigma = \Sigma_1 + \dots + \Sigma_n \quad \square$$

PROVA. Pela propriedade de associatividade da convolução, o filtro resultante do encadeamento de n filtros lineares com FEPs h_1, \dots, h_n , tem como FEP a função $h_1 * \dots * h_n$ (produto de n - 1 convoluções). Aplicando o Resultado 1, esta função pode ser vista como a distribuição de probabilidade da soma de n p.a. independentes com matrizes de covariâncias $\Sigma_1, \dots, \Sigma_n$. Assim, aplicando o Resultado 2, tem-se

$$\Sigma = \Sigma_1 + \dots + \Sigma_n \quad \square$$

2.2 Características de um filtro digital para a simulação

Seja B o conjunto R ou R^2 e seja h a FEP de B em R de um filtro tal que

$$\int_B h(x) dx = 1. \quad (3)$$

Como na seção 2.1, chamam-se de *media* do filtro o elemento m de \mathbf{B} dado por

$$m = \int_{\mathbf{B}} x h(x) dx,$$

e de *variância* do filtro (se $\mathbf{B} = \mathbf{R}$) o elemento σ^2 de \mathbf{R} dado por

$$\sigma^2 = \int_{\mathbf{R}} (x - m)^2 h(x) dx$$

ou de *matriz de covariância* do filtro (se $\mathbf{B} = \mathbf{R}^2$) a matriz real Σ 2×2 dada por

$$\Sigma = [a_{ij}]$$

com a_{ij} dado por

$$a_{ij} = \int_{\mathbf{R}} \int_{\mathbf{R}} (u_i - m_i)(u_j - m_j) h(u_1, u_2) du_1 du_2$$

para $i, j = 1, 2$.

Sejam g uma função de \mathbf{R} (respectivamente \mathbf{R}^2) em \mathbf{R} e $g/\delta Z$ (respectivamente $g/(\delta Z)^2$) sua restrição ao conjunto δZ (respectivamente $(\delta Z)^2$).

Denota-se por \ddot{g} a função de δZ (respectivamente em $(\delta Z)^2$) definido por

$$\ddot{g} = \delta g / \delta Z$$

(respectivamente $\ddot{g} = \delta^2 g / (\delta Z)^2$).

A função \ddot{g} é dita *versão digitalizada* de g .

Seja h a FEP de \mathbf{R}^2 em \mathbf{R} , do filtro linear representando um imageador e seja f a função de \mathbf{R}^2 em \mathbf{R} representando a cena observada por este imageador. A convolução g de f por h , denotada por $f * h$ (usa-se aqui o mesmo símbolo $*$ que no caso discreto da seção 2.1), é dada por

$$g(x) = (f * h)(x) = \int_{\mathbf{R}^2} f(u) h(x - u) du \quad (x \in \mathbf{R}^2)$$

e representa a versão borrada da cena vista pelo imageador.

Seja δ o passo de digitalização na aquisição da cena, então $\ddot{h} * \ddot{f}$ representa a imagem produzida pelo imageador.

Sejam $\ddot{h}_U * \ddot{f}$ e $\ddot{h}_V * \ddot{f}$ as duas imagens produzidas por dois imageadores representáveis por filtros com FEPs h_U e h_V verificando (3) e trabalhando com o mesmo passo de digitalização δ .

O objetivo deste trabalho é tentar obter uma boa aproximação de $\ddot{h}_V * \ddot{f}$ a partir de $\ddot{h}_U * \ddot{f}$, ou em

outros termos simular $\ddot{h}_V * \ddot{f}$ a partir de $\ddot{h}_U * \ddot{f}$. Para isto, suponha-se que existe um filtro linear com FEP h_F de \mathbf{R}^2 em \mathbf{R} tal que

$$\ddot{h}_V = \ddot{h}_F * \ddot{h}_U \quad (4)$$

Observa-se que h_F verifica também para qualquer cena f

$$\ddot{h}_V * f = (\ddot{h}_F * \ddot{h}_U) * f,$$

i.é, pela associatividade do produto de convolução

$$\ddot{h}_V * f = \ddot{h}_F * (\ddot{h}_U * f).$$

Este resultado não é útil na prática porque $\ddot{h}_U * f$ não é acessível. Tem-se apenas $\ddot{h}_U * f$ e a reconstrução de $\ddot{h}_U * f$ é dispendiosa e nem sempre possível como se sabe pelo teorema da amostragem (Rosenfeld & Kak, 1982, p. 78). Por outro lado a convolução de h_F por $\ddot{h}_U * f$ não pode ser calculada com precisão em computador digital. Por estas razões se faz a seguinte hipótese.

Seja \cong a relação binária "quase igual" definida por

$$a \cong b \Leftrightarrow (\sum |a - b|) / \text{Min}(\sum a, \sum b) < \epsilon,$$

onde ϵ é um certo número pequeno.

HIPÓTESE 1. Para $\ddot{h}_U, \ddot{h}_V, \delta$ e ϵ dados, h_F , a solução de (4) verifica

$$\ddot{h}_V * \ddot{f} \cong \ddot{h}_F * (\ddot{h}_U * \ddot{f}) \quad \square$$

Na expressão da Hipótese 1 não se pode ter a igualdade, ou seja, ϵ não pode ser tão pequeno quanto se queria porque a versão digitalizada da convolução de duas funções não é igual à convolução de suas versões digitalizadas.

Seja h uma função de δZ (respectivamente \mathbf{R}) em \mathbf{R} , denotam-se por $L(h)$ e $C(h)$ as funções de $(\delta Z)^2$ (respectivamente \mathbf{R}^2) em \mathbf{R} definidas por

$$L(h)(x_1, x_2) = \Delta(x_2)h(x_1)$$

e

$$C(h)(x_1, x_2) = \Delta(x_1)h(x_2),$$

onde Δ é a função delta de Kronecker (respectivamente de Dirac) (Jain, 1989, p. 12).

As funções $L(h)$ e $C(h)$ podem ser vistas como as FEPs de dois filtros que atuam seletivamente ao longo de duas direções ortogonais. É prático chamar estes filtros de respectivamente filtros linha e coluna definidos por h .

Seja h a FEP de $(\delta Z)^2$ (respectivamente R^2) em R de um filtro separável, i.e. h é separável no sentido de que existem duas funções h_1 e h_2 de δZ (respectivamente R) em R tais que

$$h(x_1, x_2) = h_1(x_1)h_2(x_2)$$

para todo (x_1, x_2) em $(\delta Z)^2$ (respectivamente R^2) ou, de uma maneira equivalente, por uma propriedade da convolução,

$$h = L(h_1) * C(h_2)$$

escreve-se então $h = (h_1, h_2)$

Observa-se que a matriz de covariância de um filtro separável é diagonal e que os elementos desta diagonal são as variâncias dos filtros com FEPs h_1 e h_2 . Este par, notado (σ_1^2, σ_2^2) , é chamado de *par de variâncias* do filtro separável.

A geração atual de imageadores para observação da terra podem ser representados por filtros separáveis (Fonseca, 1988). Por isto, aqui h_U e h_V são consideradas separáveis. Em consequência, h_F solução de (4) e h_F devem ser separáveis.

Além da separabilidade, o modelo geralmente aceito para representar o comportamento espacial da geração atual de imageadores a bordo de satélites de observação da terra é o de um filtro linear com FEP h de R^2 em R , gaussiana (Fonseca, 1988)

$$h(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp - \frac{1}{2} \left[\frac{x_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{\sigma_2^2} \right]$$

Por isto, h_U e h_V são aqui consideradas separáveis e gaussianas. Em consequência, h_F , a solução de (4), deve ser também separável e gaussiana e com par de variâncias $(\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2)$ dado por

$$(\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2) = (\sigma_{V1}^2 - \sigma_{U1}^2, \sigma_{V2}^2 - \sigma_{U2}^2) \quad (5)$$

A expressão (5) pode ser obtida usando resultados relativos à transformada de Fourier e em particular os teoremas de similaridade e de convolução (Goodman, 1968, pp. 9 e 10) e a

propriedade de fechamento da transformada de Fourier em relação às funções gaussianas.

A expressão (5) indica que uma condição necessária para h_F existir é que $\sigma_{Vi}^2 > \sigma_{Ui}^2$ para $i = 1, 2$.

Seja (σ_1^2, σ_2^2) o par de variâncias de um filtro separável com FEP h , denota-se por (σ_1^2, σ_2^2) o par de variâncias do filtro digital com FEP h .

Seja \cong a relação binária "quase igual" definida por

$$(a_1, a_2) \cong (b_1, b_2) \Leftrightarrow$$

$$|a_i - b_i| / \text{Min}(a_i, b_i) < \epsilon \quad (i = 1, 2)$$

onde ϵ é um certo número pequeno.

HIPÓTESE 2. Para $(\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2)$ e δ e ϵ dados,

$$(\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2) \cong (\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2) \quad \square$$

No caso gaussiano verifica-se que a Hipótese 2 é satisfeita se, por exemplo, σ_{F1} e σ_{F2} forem maiores que $\delta/2$ e se ϵ for maior do que 15%.

Finalmente, considera-se o problema da simulação resolvido desde que a Hipótese 1 for satisfeita. Pela análise acima, h_F é então a versão digitalizada de uma FEP separável e gaussiana com par de variâncias dado por (5). Se a Hipótese 2 for satisfeita, o par de variâncias do filtro com FEP h_F é então "quase igual" (no sentido \cong) ao par de variâncias do filtro com FEP h_F .

2.3 Síntese do filtro para a simulação

Sejam h_{α_1} e h_{α_2} duas funções de δZ em R definidas da seguinte maneira, a partir de dois parâmetros reais α_1 e α_2 positivos,

$$h_{\alpha_i}(x) = \begin{cases} a_i & \text{se } x = 0 \\ b_i & \text{se } x = \pm \delta \\ 0 & \text{senão} \end{cases} \quad (6a)$$

com

$$a_i = 1/(1 + 2\alpha_i) \quad (6b)$$

$$b_i = \alpha_i/(1 + 2\alpha_i) \quad (6c)$$

Verifica-se que, para $i=1,2$, $b_i = \alpha_i a_i$, h_{α_1} satisfaz (1), e a variância do filtro com FEP h_{α_1} , aplicando (2a) e observando que $m=0$, é dada por

$$\frac{2\delta^2\alpha_i}{(1+2\alpha_i)}$$

A figura 1 mostra o gráfico de h_{α_1}

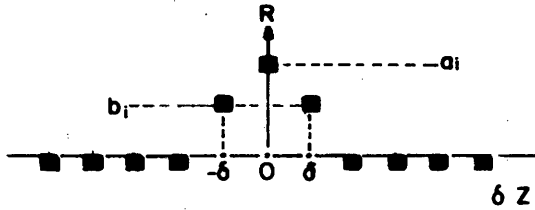


Figura 1 – Gráfico de h_{α_1} (conjunto dos pontos ■)

Na seção anterior, mostrou-se que a versão digitalizada $\dots h_F$ de h_F FEP de um filtro satisfazendo (4) seria uma boa solução para o problema de simulação. A solução proposta neste trabalho para a síntese do filtro com FEP $\dots h_F$ consiste em aproximar este filtro através do encadeamento de $2n$ filtros linhas e colunas elementares definidos respectivamente por h_{α_1} e h_{α_2} de maneira que a FEP do filtro resultante denotada por h_S seja próxima de $\dots h_F$. Em outras palavras

$$h_S = (*L(h_{\alpha_1})) * (*C(h_{\alpha_2})), \quad (7)$$

onde $*h = h * \dots * h$ ($n-1$ convoluções). Observa-se que h_S é separável.

Os filtros linha e coluna elementares com FEPs $L(h_{\alpha_1})$ e $C(h_{\alpha_2})$ têm como par de variâncias respectivamente

$$\left[\frac{2\delta^2\alpha_1}{(1+2\alpha_1)}, 0 \right] \text{ e } \left[0, \frac{2\delta^2\alpha_2}{(1+2\alpha_2)} \right]$$

Pela Proposição 1 o par de variâncias $(\sigma_{S1}^2, \sigma_{S2}^2)$ do filtro com FEP h_S é dado por

$$(\sigma_{S1}^2, \sigma_{S2}^2) = \left[\frac{2n\delta^2\alpha_1}{(1+2\alpha_1)}, \frac{2n\delta^2\alpha_2}{(1+2\alpha_2)} \right] \quad (8)$$

Pela Hipótese 2 os pares de variâncias dos filtros com FEPs h_S e $\dots h_F$ são “quase iguais” (no sentido \cong) se

$$(\sigma_{S1}^2, \sigma_{S2}^2) = (\sigma_{F1}^2, \sigma_{F2}^2) \quad (9)$$

Assim, a partir de (8) e (9), para obter um filtro h_S próximo de $\dots h_F$ usando o encadeamento de $2n$ filtros linhas e colunas elementares com FEPs $L(h_{\alpha_1})$ e $C(h_{\alpha_2})$, o par (α_1, α_2) deve ser dado por

$$(\alpha_1, \alpha_2) = \left[\frac{\sigma_{F1}^2}{2(n\delta^2 - \sigma_{F1}^2)}, \frac{\sigma_{F2}^2}{2(n\delta^2 - \sigma_{F2}^2)} \right] \quad (10)$$

Além da propriedade de separabilidade de h_S pode-se fazer a seguinte observação a respeito da forma de h_S

Seja S_n a soma de n v.a. reais de média nula. Em teoria das probabilidades o teorema do limite central diz que a lei de probabilidade limite de S_n/σ_{S_n} quando n tende para o infinito é uma lei normal $N(0, 1)$ (i. é a lei de probabilidade de uma v.a. gaussiana de média nula e variância unitária) se as n v.a. são independentes e identicamente distribuídas (Loève 1955, p. 274). Em termos de filtragem, isto mostra que qualquer que seja o grau de precisão requerido para obter uma FEP para o filtro resultante próxima a de uma gaussiana, existe um número inteiro N tal que qualquer escolha de n maior do que N garante o grau de precisão.

Assim as FEPs do tipo $*L(h_1)$, $*C(h_2)$ e conseqüentemente h_S podem ser escolhidas tão próximas quanto se quiser de uma FEP gaussiana.

Querendo trabalhar unicamente com FEP do tipo h_S , dada por (7) com n sendo um inteiro qualquer, apresentando um único máximo local $(h(x))$ é máximo local se $h(x+(0,\delta))$, $h(x-(0,\delta))$, $h(x+(\delta,0))$ e $h(x-(\delta,0))$ são menores que $h(x)$, os α_i devem ser necessariamente inferiores a 1. Pela expressão (10) isto significa que n deve verificar a seguinte regra

$$n > \frac{3}{2\delta^2} \max(\delta^2_{F1}, \delta^2_{F2}) \quad (11)$$

No caso de um filtro digital 2D com FEP h com suporte finito, denota-se por (h) a matriz cujos elementos correspondem aos valores não nulos assumidos por h . (h) é chamada de máscara do filtro. Por exemplo, h_{α_1} sendo a FEP definida por (6) têm-se

$$[L(h_{\alpha_1})] = [b_1 \ a_1 \ b_1] \quad (12a)$$

e

$$[C(h_{\alpha_2})] = \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (12b)$$

Sejam h_1 e h_2 duas FEPs com suporte finito. O produto de convolução entre máscaras é definido por

$$[h_1] * [h_2] = [h_1 * h_2]$$

Assim, pela associatividade da convolução e a definição do produto matricial, a partir de (7) e (12), têm-se

$$\begin{aligned} [h_S] &= \overset{n}{*} ([C(h_{\alpha_2})] [L(h_{\alpha_1})]), \\ &= \overset{n}{*} \begin{bmatrix} b_2 & & & \\ & a_2 & & \\ & & b_2 & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & a_1 & b_1 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \\ &= \overset{n}{*} \begin{bmatrix} b_1 b_2 a_1 b_2 b_1 b_2 \\ b_1 a_2 a_1 a_2 b_1 a_2 \\ b_1 b_2 a_1 b_2 b_1 b_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

No caso $\alpha_1 = \alpha_2 (= \alpha)$, sejam $a = a_1 = a_2$ e $b = b_1 = b_2$ então (13) simplifica-se

$$[h_S] = \overset{n}{*} A \quad (14a)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} b^2 & ab & b^2 \\ ab & a^2 & ab \\ b^2 & ab & b^2 \end{bmatrix} \quad (14b)$$

No caso de n ser um múltiplo de 4, i.e. $n = 4k$, cujo interesse prático é ilustrado nos exemplos 5 e 6 do capítulo 4, (14) pode ser decomposto da seguinte maneira

$$[h_S] = \overset{k}{*} B \overset{k}{*} B' \quad (15a)$$

onde B é a máscara 3 por 7 dada por

$$B = \overset{2}{*} [b \ a \ b] \overset{2}{*} A$$

e B' é a máscara 7 por 3 transposta de B . Verifica-se que B' é dada por

$$B' = \begin{bmatrix} b^4 & 3ab^3 & 3a^2b^2 + 3b^4 & a^3b + 6ab^3 & \dots \\ ab^3 & 3a^2b^2 & 3a^3b + 3ab^3 & a^4 + 6a^2b^2 & \dots \\ \dots & & & & \end{bmatrix} \quad (15b)$$

onde as reticências significam que os elementos restantes da matriz deduzem-se daqueles já indicados por simetria em relação à posição do elemento central da matriz, i.e. à posição (2, 4).

3. RELAÇÃO ENTRE IFOV E EIFOVS DE UM IMAGEADOR

Os imageadores instalados a bordo de satélites de observação da terra considerados aqui produzem elementos de imagem que correspondem a elementos de cena quadrados, de acordo com a projeção geométrica dos seus detetores quadrados na superfície da terra. Designa-se pela variável IFOV o lado do elemento de cena, e por (δ_1, δ_2) o par de distâncias entre dois elementos de cena consecutivos correspondentes respectivamente às linhas e colunas da imagem ou ainda o par de passos definindo a grade retangular de amostragem.

Admitindo que estes imageadores podem ser representados por filtros separáveis e gaussianos, é possível estabelecer uma relação de proporcionalidade entre o par de EIFOVs e o par (δ_1, δ_2) ,

$$(EIFOV_1, EIFOV_2) = (k_1, k_2) (\delta_1, \delta_2),$$

para os imageadores possuindo as mesmas características de atenuação da função de transferência de modulação na metade do seu par de frequências de amostragem $(1/2 \delta_1, 1/2 \delta_2)$.

Sejam $h = (h_1, h_2)$ a FEP do filtro separável e gaussiano representando o comportamento espacial do imageador e (σ_1^2, σ_2^2) seu par de variâncias.

Seja ζ a transformada de Fourier. Por definição o EIFOV relativo à direção i verifica a expressão

$$|\zeta(h_i)| (1/2 EIFOV_i) = 1/2,$$

em outros termos, o EIFOV é dado por

$$EIFOV_i = (2 |\zeta(h_i)|^{-1} (1/2))^{-1},$$

onde $|\zeta(h_i)|^{-1}(\cdot)$ representa a função inversa de $|\zeta(h_i)|(\cdot)$.

A característica de atenuação da função de transferência de modulação na metade da frequência de amostragem, $1/2 \delta_i$, relativa à direção i , e denotado por γ_i é dada por

$$\gamma_i = |\zeta(h_i)| (1/2 \delta_i)$$

Por hipótese, h_i é uma função gaussiana, i.é

$$h_i(x_i) = \frac{1}{\sigma_i(2\pi)^{1/2}} \exp - \frac{1}{2} \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \quad (x_i \in \mathbf{R}),$$

neste caso

$$|\zeta(h_i)| (v_i) = (\zeta(h_i))(v_i) = \exp - 2\pi^2 \sigma_i^2 v_i^2 \quad (v_i \in \mathbf{R}),$$

e

$$|\zeta(h_i)|^{-1} (u_i) = \frac{1}{\pi \sigma_i} \left[\frac{1}{2} \log \frac{1}{u_i} \right]^{1/2} \quad (u_i \in \mathbf{R}),$$

Assim, para $i = 1, 2$, têm-se as seguintes relações, a partir da definição de EIFOV_i,

$$\begin{aligned} \text{EIFOV}_i &= \left[\frac{2}{\pi \sigma_i} \left[\frac{1}{2} \log 2 \right]^{1/2} \right]^{-1} \\ &= \pi \sigma_i (2 \log 2)^{-1/2}, \\ \sigma_i &= \frac{1}{\pi} (2 \log 2)^{1/2} \text{EIFOV}_i \end{aligned} \quad (16)$$

a partir da definição de γ_i ,

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \exp - \frac{\pi^2 \sigma_i^2}{2 \delta_i^2} \\ \sigma_i &= \frac{1}{\pi} \left[2 \log \frac{1}{\gamma_i} \right]^{1/2} \delta_i \end{aligned} \quad (17)$$

Finalmente, para $i = 1, 2$, a partir de (16) e (17) têm-se

$$\text{EIFOV}_i = \left[\frac{\log 1/\gamma_i}{\log 2} \right]^{1/2} \delta_i \quad (18)$$

i.é, as constantes k_i acima são dadas por

$$k_i = \left[\frac{\log 1/\gamma_i}{\log 2} \right]^{1/2} \quad (19)$$

A relação (19) pode ser invertida

$$\gamma_i = (1/2)^{k_i^2}$$

Por exemplo, no caso do projeto do satélite de recursos naturais sino-brasileiro CBERS ("China-Brazil Earth Resources Satellite"), as especificações atuais da câmera CCD são as seguintes (CBERS, 1989, seção 3.2.3.1.1)

$$(\delta_1, \delta_2) = (19,5 \text{ m}, 19,5 \text{ m})$$

e

$$(\gamma_1, \gamma_2) = (0,35, 0,23)$$

Supondo válido o modelo gaussiano, pela expressão (18) tem-se então

$$(\text{EIFOV}_1, \text{EIFOV}_2) = (23,99 \text{ m}, 28,39 \text{ m})$$

Quando a distância δ_i é igual ao IFOV, como, por exemplo, no caso dos imageadores MSS (somente nas colunas), TM e SPOT, tem-se, para $i = 1, 2$, a partir de (18), a seguinte relação entre o IFOV e os EIFOVs

$$\text{EIFOV}_i = k_i \text{ IFOV} \quad (20)$$

com k_i dependendo somente de γ_i como indicado em (19).

Juntando (16) e (20) tem-se a expressão

$$\sigma_i = \frac{1}{\pi} (2 \log 2)^{1/2} k_i \text{ IFOV} \quad (21)$$

que será usada nos exemplos do próximo capítulo.

4. EXEMPLOS DE APLICAÇÕES

Neste capítulo são apresentados seis exemplos de simulação. Os únicos dados numéricos que serão usados são os valores dos IFOVs e dos EIFOVs (depois da amostragem) dos imageadores MSS e TM (bandas 1 a 4) dados na Tabela 1 (Fonseca 1988, pp. 49 e 51).

	MSS	TM
IFOV	78,3 m	29,97 m
EIFOV ₁ (linha)	86,21 m	41,6 m
EIFOV ₂ (coluna)	121,47 m	45,4 m

TABELA 1. Os IFOVs e EIFOVs (depois da amostragem) dos imageadores MSS e TM (bandas 1 a 4).

Da aplicação da fórmula (16) com os dados da Tabela 1 resultam os seguintes valores para os pares de desvios padrões dos filtros representando os imageadores MSS e TM (bandas 1 a 4)

$$(\sigma_{MSS1}, \sigma_{MSS2}) = (32,3 \text{ m}, 45,5 \text{ m})$$

e

$$(\sigma_{TM1}, \sigma_{TM2}) = (15,6 \text{ m}, 17,0 \text{ m})$$

A partir da Tabela 1 verifica-se que k_i , o fator de proporcionalidade aparecendo em (20), vale 1,55 para o MSS (k_1) 1,39 e 1,51 para o TM (k_1 e k_2 respectivamente).

Nos exemplos a seguir f designa uma certa cena observada pelos imageadores, δ_U designa o passo da grade da imagem de alta resolução e δ_V o passo original da grade da imagem de baixa resolução (quando esta grade é quadrada), $\delta_U < \delta_V$

3.1. EXEMPLO 1 – Simulação de uma imagem na resolução do MSS a partir de uma imagem na resolução do TM ($\delta_U = 29,97 \text{ m}$), bandas 1 a 4.

Aplicando a fórmula (5) com $\sigma_{Ui}^2 = \sigma_{TMi}^2$ e $\sigma_{Vi}^2 = \sigma_{MSSi}^2$ tem-se

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (28,29 \text{ m}, 42,20 \text{ m}).$$

Pela regra (11) (com $\delta = 30 \text{ m}$) n deve ser superior a 2,96. Escolhendo $n = 3$, pela expressão (10) (com $\delta = 29,97 \text{ m}$) tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,2112, 0,9744)$$

Assim, a imagem simulada $h_{MSS} * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por (7) com $n = 3$, e $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,2112, 0,9744)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a_1 = 0,70, \quad b_1 = 0,15,$$

$$a_2 = 0,34 \quad e \quad b_2 = 0,33.$$

Para este exemplo, o algoritmo proposto baseia-se na expressão (13), i.é consiste em encadear 3 filtros com a mesma máscara 3 por 3. Numericamente, o algoritmo escreve-se

$$[h_S] = \begin{matrix} 3 \\ * \end{matrix} \begin{bmatrix} 0,049 & 0,231 & 0,049 \\ 0,051 & 0,238 & 0,051 \\ 0,049 & 0,231 & 0,049 \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$= \begin{matrix} 3 \\ * \end{matrix} \frac{1}{2000} \begin{bmatrix} 99 & 462 & 99 \\ 102 & 476 & 102 \\ 99 & 462 & 99 \end{bmatrix}$$

Esta última forma é interessante porque nela os pesos da máscara são no formato de inteiro menor ou igual a 999, i.é no formato da implementação atual do SITIM.

3.2. EXEMPLO 2 – Simulação de uma imagem numa resolução próximo ao do MSS

($\delta_V = \text{IFOV} = 90 \text{ m}$, $k_1 = k_2 = 1,48$) a partir de uma imagem na resolução do TM ($\delta_U = 30 \text{ m}$).

Aqui δ_V que representa a distância entre dois elementos de cena consecutivos é escolhida de maneira a ser 3 vezes maior do que δ_U para simplificar ulteriormente uma redução de escala por 3.

Aplicando a fórmula (21) tem-se

$$(\sigma_{V1}, \sigma_{V2}) = (49,94 \text{ m}, 49,94 \text{ m}).$$

aplicando a fórmula (5) com $\sigma_{Ui} = \sigma_{TM2} = 17,0 \text{ m}$ tem-se

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (46,96 \text{ m}, 46,96 \text{ m})$$

Pela regra (11) n deve ser superior a 3,675.

Escolhendo $n = 4$, pela expressão (10) tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,7905, 0,7905)$$

Assim a imagem simulada $h_V * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por

(7) com $n = 4$ e $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,7905, 0,7905)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a_1 = a_2 = 0,3875 \cong 0,4 = a$$

$$b_1 = b_2 = 0,3062 \cong 0,3 = b$$

Para este exemplo, o algoritmo proposto baseia-se na expressão (14), i.é consiste em encadear 4 filtros com a mesma máscara 3 por 3. Numericamente, o algoritmo escreve-se

$$[h_S] = * \begin{bmatrix} 0,09 & 0,12 & 0,09 \\ 0,12 & 0,16 & 0,12 \\ 0,09 & 0,12 & 0,09 \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$= * \frac{1}{100} \begin{bmatrix} 9 & 12 & 9 \\ 12 & 16 & 12 \\ 9 & 12 & 9 \end{bmatrix}$$

3.3. EXEMPLO 3 – Simulação de uma imagem produzida por um imageador com $\delta_V = \text{IFOV} = 210 \text{ m}$ e $k_1 = k_2 = 1,47$ a partir de uma imagem na resolução do TM ($\delta_U = 30 \text{ m}$) – solução aproximada rápida –.

Aqui os dados do imageador de baixa resolução foram escolhidos próximos aos do SSR da MECB e de maneira a que δ_V seja 7 vezes maior do que δ_U para simplificar ulteriormente uma redução de escala por 7.

Aplicando a fórmula (21) tem-se

$$(\sigma_{V1}, \sigma_{V2}) = (115,91 \text{ m}, 115,91 \text{ m}),$$

aplicando a fórmula (5) com $\sigma_{Ui} = \sigma_{TM2} = 17,0 \text{ m}$ tem-se

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (114,66 \text{ m}, 114,66 \text{ m})$$

Pela regra (11) (com $\delta = 90 \text{ m}$, i.é pulando de 3 em 3 os elementos da imagem TM) n deve ser superior a 2,43. Escolhendo $n = 3$, pela expressão (10), com $\delta = 90 \text{ m}$, tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,59, 0,59).$$

Assim, a imagem simulada $h_V * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por (7) com

$n=3$, $\delta = 90 \text{ m}$ e $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,59, 0,59)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a = a_1 = a_2 = 0,46$$

$$b = b_1 = b_2 = 0,27$$

Para este exemplo, o algoritmo proposto baseia-se na expressão (14), i.é consiste em encadear 3 filtros com a mesma máscara 3 por 3. Numericamente, o algoritmo escreve-se

$$[h_S] = * \begin{bmatrix} 0,0729 & 0,1242 & 0,0729 \\ 0,1242 & 0,2116 & 0,1242 \\ 0,0729 & 0,1242 & 0,0729 \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$= * \frac{1}{1000} \begin{bmatrix} 73 & 124 & 73 \\ 124 & 212 & 124 \\ 73 & 124 & 73 \end{bmatrix}$$

3.4. EXEMPLO 4 – Simulação de uma imagem na resolução do SSR da MECB, i.é com

$\delta_V = \text{IFOV} = 200 \text{ m}$ e $k_1 = k_2 = 1,5$, a partir de uma imagem na resolução do TM – solução aproximada rápida –.

Aplicando a fórmula (21) tem-se

$$(\sigma_{V1}, \sigma_{V2}) = (112,5 \text{ m}, 112,5 \text{ m}),$$

aplicando a fórmula (5) com $\sigma_{Ui} = \sigma_{TM2} = 17,0 \text{ m}$ tem-se

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (111 \text{ m}, 111 \text{ m}).$$

Pela regra (11) (com $\delta = 90 \text{ m}$, i.é pulando de 3 em 3 os elementos da imagem TM) n deve ser superior a 2,28. Escolhendo $n = 3$, pela expressão (10), com $\delta = 90 \text{ m}$ tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,5143, 0,5143)$$

Assim a imagem simulada $h_{SRR} * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por (7) com $n = 3$, $\delta = 90$ m e $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,5143, 0,5143)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a = a_1 = a_2 = 0,4930$$

$$b = b_1 = b_2 = 0,2535$$

Para este exemplo, o algoritmo proposto baseia-se na expressão (14), i.e. consiste em encadear 3 filtros com a mesma máscara 3 por 3. Numericamente, o algoritmo escreve-se

$$[h_S] = \begin{matrix} 3 \\ * \end{matrix} \begin{bmatrix} 0,0643 & 0,1249 & 0,0643 \\ 0,1249 & 0,2430 & 0,1249 \\ 0,0643 & 0,1249 & 0,0643 \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$= \begin{matrix} 3 \\ * \end{matrix} \frac{1}{1000} \begin{bmatrix} 64 & 125 & 64 \\ 125 & 244 & 125 \\ 64 & 125 & 64 \end{bmatrix}$$

3.5 EXEMPLO 5 – Simulação de uma imagem produzida por um imageador com $\delta_V = \text{IFOV} = 210$ m e $k_1 = k_2 = 1,47$ a partir de uma imagem na resolução do TM ($\delta_U = 30$ m) – solução não aproximada –.

Aqui os dados do imageador de baixa resolução são os mesmos que no Exemplo 3, assim

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (114,66 \text{ m}, 114,66 \text{ m})$$

Pela regra (11), com $\delta = 30$ m, n deve ser superior a 21,91. Escolhendo $n = 24$, pela expressão (10), com $\delta = 30$ m, tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,7776, 0,7776)$$

Assim, a imagem simulada $h_V * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por (7) com $n = 24$, $\delta = 30$ m e

$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,7776, 0,7776)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a = a_1 = a_2 = 0,3913$$

$$b = b_1 = b_2 = 0,3043$$

Para este exemplo, levando em conta as restrições existentes no SITIM em relação às dimensões do suporte dos filtros implementáveis (mínima 3 por 3 e máxima 7 por 7), a solução mais eficiente em termo de tempo de execução baseia-se na expressão (15), i.e. consiste em encadear 6 filtros com a máscara B 3 por 7 e mais 6 filtros com a máscara B' 7 por 3. O algoritmo escreve-se

$$[h_S] = \begin{matrix} 6 \\ * \end{matrix} B \begin{matrix} 6 \\ * \end{matrix} B'$$

com a seguinte expressão numérica para B

$$B = \begin{bmatrix} 0,008576 & 0,033089 & 0,068283 & 0,084419 \dots \\ 0,011029 & 0,042553 & 0,087812 & 0,108564 \dots \\ \dots & & & \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$B = \frac{1}{9000}$$

$$\begin{bmatrix} 77 & 298 & 615 & 760 & 615 & 298 & 77 \\ 99 & 383 & 790 & 976 & 790 & 383 & 99 \\ 77 & 298 & 615 & 760 & 615 & 298 & 77 \end{bmatrix}$$

3.6. EXEMPLO 6 – Simulação de uma imagem na resolução do SSR da MECB, i.e. com

$\delta_V = \text{IFOV} = 200$ m e $k_1 = k_2 = 1,5$ a partir de uma imagem na resolução do TM ($\delta_U = 30$ m) – solução não aproximada –.

Aqui os dados do imageador de baixa resolução são os mesmos que no Exemplo 4, assim

$$(\sigma_{F1}, \sigma_{F2}) = (111 \text{ m}, 111 \text{ m})$$

Pela regra (11), com $\delta = 30$ m, n deve ser superior a 20,53. Escolhendo $n = 24$, pela expressão (10), com $\delta = 30$ m, tem-se

$$(\alpha_1, \alpha_2) = (0,6639, 0,6639)$$

Assim, a imagem simulada $h_{SRR} * f$ é obtida aplicando na imagem TM $h_{TM} * f$ o filtro com FEP h_S dada por (7) com $n = 24$, $\delta = 30$ m e $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,6639, 0,6639)$. A partir de 6b e 6c, tem-se

$$a = a_1 = a_2 = 0,4296$$

$$b = b_1 = b_2 = 0,2852$$

Para este exemplo, o algoritmo proposto baseia-se na expressão (15), i.e. consiste em encadear 6 filtros com a máscara B 3 por 7 e mais 6 filtros com a máscara B'7 por 3. O algoritmo escreve-se

$$[h_S] = \begin{matrix} 6 & & 6 \\ (* B) & * & (* B') \end{matrix}$$

com a seguinte expressão numérica para B

$$B = \begin{bmatrix} 0,006616 & 0,029898 & 0,064884 & 0,082406... \\ 0,009966 & 0,045034 & 0,097728 & 0,124123... \\ ... & & & \end{bmatrix}$$

ou na forma de aproximação fracionária

$$B = \frac{1}{8000} \begin{bmatrix} 53 & 239 & 519 & 659 & 519 & 239 & 53 \\ 80 & 360 & 782 & 994 & 782 & 360 & 80 \\ 53 & 239 & 519 & 659 & 519 & 239 & 53 \end{bmatrix}$$

5. RESULTADO E CONCLUSÃO

O procedimento de simulação proposto foi avaliado em (Fonseca & Banon, 1989). Nesta referência apresentam-se duas técnicas de filtragem para simular a resolução espacial ao nadir do Satélite de Sensoriamento Remoto brasileiro (SSR). A primeira técnica integra em uma só etapa a filtragem e a reamostragem e usa explicitamente a hipótese gaussiana; a segunda é precisamente a técnica apresentada no presente trabalho. Estas duas técnicas são avaliadas através da sua aplicação na simulação de imagens MSS e SSR. O resultado das simulações mostraram que o procedimento proposto, apesar de ser baseado somente numa aproximação gaussiana, produz uma imagem de baixa resolução visualmente muito comparável tanto com a imagem produzida pela primeira técnica citada na referência acima quanto com a própria imagem real no caso do MSS.

Para garantir uma razoável aproximação gaussiana, aconselha-se escolher o parâmetro n maior ou igual a três.

Em trabalhos futuros poder-se-ia avaliar quantitativamente

o mérito do procedimento proposto. Para isto várias abordagens são possíveis. Uma delas seria através do cálculo da distância Euclidiana entre a imagem simulada e a imagem real.

A solução proposta aqui para o problema de simulação de imagem de sensoriamento remoto é ainda parcial no sentido de que não foram considerados nem os aspectos espectrais que poderiam surgir da simulação de uma banda espectral a partir de um conjunto de bandas apresentando características espectrais distintas das da banda a simular, nem os aspectos de distorções geométricas devidas a um largo FOV ("Field of View"). Em relação a este último aspecto, a solução proposta resolve apenas o problema da simulação ao nadir. Para resolver o problema da simulação fora do nadir seria necessário considerar uma filtragem adaptativa.

APÊNDICE

Provas dos Resultados 1 e 2 do capítulo 2

RESULTADO 1. Sejam $x_1, \dots, x_k, \dots, x_n$ n p.a. reais discretos relativamente a um mesmo experimento (Ω, A, P) e H_{x_k} suas respectivas distribuições de probabilidade. Se os x_k ($k = 1, \dots, n$) são estocasticamente independentes (Parzen, 1962, p. 25) relativamente a P então a distribuição de probabilidade da soma dos x_k notada por $H_{x_1 + \dots + x_n}$ é dada por

$$H_{x_1 + \dots + x_n} = H_{x_1} * \dots * H_{x_n} \quad \square$$

PROVA. Basta provar o resultado para dois p.a.. Para qualquer x em $A = (\delta Z)^2$ tem-se, pela definição de distribuição de probabilidade,

$$H_{x_1 + x_2}(x) = P[x_1 + x_2 = x],$$

pela definição de p.a. e a decomposição em eventos incompatíveis

$$= P\left(\sum_{u \in A} [x_1 = u] \cap [x_2 = x - u]\right)$$

(aqui \sum indica uma união de eventos incompatíveis), pela propriedade de aditividade das probabilidades,

$$= \sum_{u \in A} P([x_1 = u] \cap [x_2 = x - u])$$

pela independência de x_1 e x_2 ,

$$= \sum_{u \in A} P[X_1 = u] P[X_2 = x - u],$$

pela definição de distribuição de probabilidade,

$$= \sum_{u \in A} H_{X_1}(u) H_{X_2}(x - u),$$

pela definição de convolução,

$$= (H_{X_1} * H_{X_2})(x). \quad \square$$

RESULTADO 2. Sejam $x_1, \dots, x_k, \dots, x_n$ n p.a. reais (não necessariamente discretos) relativamente a um mesmo experimento (Ω, A, P) e Σ_{X_k} suas respectivas matrizes de covariância. Se os x_k ($k = 1, \dots, n$) são estocasticamente independentes relativamente a P, então a matriz de covariância da soma dos x_k notada por $\Sigma_{X_1 + \dots + X_n}$ é dada por

$$\Sigma_{X_1 + \dots + X_n} = \Sigma_{X_1} + \dots + \Sigma_{X_n}.$$

PROVA. Basta provar o resultado para dois p.a. Sejam $x_1 = (x_{11}, x_{12})$ e $x_2 = (x_{21}, x_{22})$ dois p.a.. Pela definição de matriz de covariância

$$\Sigma_{x_1 + x_2} =$$

$$\begin{bmatrix} E(\tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{21})^2 & E(\tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{21})(\tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{22}) \\ E(\tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{22})(\tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{21}) & E(\tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{22})^2 \end{bmatrix}$$

pois $(x_1 + x_2)_j = \tilde{x}_{1j} + \tilde{x}_{2j}$ para $j = 1, 2$.

A independência entre os p.a. x_1 e x_2 implica a independência entre as v.a. x_{11} e x_{21} , x_{11} e x_{22} , x_{12} e x_{21} e finalmente x_{12} e x_{22} . Isto implica que

$$E \tilde{x}_{11} \tilde{x}_{21} = E \tilde{x}_{11} \tilde{x}_{22} = E \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{21} = E \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{22} = 0.$$

Assim, pela independência, a expressão acima escreve-se

$$\Sigma_{x_1 + x_2} =$$

$$\begin{bmatrix} E(\tilde{x}_{11}^2 + \tilde{x}_{21}^2) & E(\tilde{x}_{11} \tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{21} \tilde{x}_{22}) \\ E(\tilde{x}_{12} \tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{22} \tilde{x}_{21}) & E(\tilde{x}_{12}^2 + \tilde{x}_{22}^2) \end{bmatrix}$$

pela aditividade da esperança matemática

$$= \begin{bmatrix} E \tilde{x}_{11}^2 & E \tilde{x}_{11} \tilde{x}_{12} \\ E \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{11} & E \tilde{x}_{12}^2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} E \tilde{x}_{21}^2 & E \tilde{x}_{21} \tilde{x}_{22} \\ E \tilde{x}_{22} \tilde{x}_{21} & E \tilde{x}_{22}^2 \end{bmatrix}$$

pela definição de matriz de covariância

$$= \Sigma_{X_1} + \Sigma_{X_2} \quad \square$$

AGRADECIMENTOS

O autor quer agradecer aqui a Leila Maria Garcia Fonseca e a Nelson Delfino d'Avila Mascarenhas do Departamento de Processamento de Imagens do INPE pelas proveitosas trocas de idéias em relação ao assunto deste trabalho assim como pela cuidadosa leitura que eles fizeram da versão final deste artigo.

REFERÊNCIAS

- CBERS - China-Brazil Earth Resources Satellite - (1989). Preliminary Design Review, março.
- CROCHIERE, R. R. & RABINER, L. R. (1983). multirate digital signal processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- FONSECA, L. M. G. (1988). "Restauração e interpolação de imagens do satélite Landsat por meio de técnicas de projeto de filtros FIR", Dissertação de Mestrado, ITA, abril.
- FONSECA, L. M. G. & BANON, G. J. F. (1989). "Duas técnicas de filtragem espacial para simular a resolução espacial ao nadir do satélite de sensoriamento remoto brasileiro (SSR), Anais do II Simpósio Brasileiro de computação gráfica e processamento de imagens (II SIBGRAPI), Águas de Lindóia, SP, 26 - 28 de abril, pp 69-76.
- GOODMAN, J. W. (1968). Introduction to Fourier Optics, McGraw-Hill, New York.
- JAIN, A. K. (1989). Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- LOÈVE, M. (1955). Probability Theory - Foundations, Random Sequences, D. Van Nostrand, New York.
- PAPOULIS, A. (1965). Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, New York.
- PARZEN, E. (1962). Stochastic Processes, Holden-Day, San Francisco.
- ROSENFELD, A. & KAK, A. C. (1982). Digital Picture Processing, Volume 1, Academic Press, New York.