

POTÊNCIA ATIVA E REATIVA INSTANTÂNEAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS COM FONTES E CARGAS GENÉRICAS

Edson Watanabe e Richard Stephan

COPPE/UFRJ
CP 68504 - 21945 - Rio de Janeiro - RJ

Resumo - Este trabalho esclarece os conceitos de potência ativa e reativa instantâneas introduzidas por Akagi, Kanagawa e Nabae. Para tanto, relacionam-se definições tradicionais de potência ativa e reativa com estes novos conceitos. Finalmente, mostra-se como pode ser feita a compensação das potências reativa e harmônica através de filtros ativos, baseando-se nesta nova formulação.

Abstract - This work clarifies the concepts of instantaneous active and reactive power introduced by Akagi, Kanagawa and Nabae. The relationship between the usual definitions of active/reactive power and these new concepts is established. Finally, it is shown how this new formulation can be applied to compensate for reactive and harmonic powers using active filters.

1. INTRODUÇÃO

A conceituação de potência ativa e reativa está bem estabelecida para circuitos elétricos com alimentação senoidal e cargas lineares, e.g. Elgerd (1970). Nos casos de carga não-linear e alimentação não-senoidal o conceito ainda não foi suficientemente explorado. Com o aumento dos circuitos chaveados de eletrônica de potência, os sistemas elétricos passaram a absorver uma quantidade significativa deste tipo de carga. Assim sendo, atualmente, a compensação de potência reativa passou a ser um problema mais complexo devido à "potência harmônica" presente no sistema.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma análise detalhada do problema, visando o esclarecimento e melhor compreensão dos fenômenos físicos que ocorrem em sistemas elétricos alimentados por fontes genéricas (contendo harmônicos) e cargas genéricas (chaveadas ou simplesmente não-lineares). Este problema já foi tratado em uma série de publicações e.g. Slonin e Van Wyk (1988), Bystron (1979) e Emanuel (1988). Porém, os autores acreditam que somente com os trabalhos de Akagi, Kanagawa e Nabae (1983 e 1984) aparece realmente uma teoria mais completa e consistente sobre o assunto. Mais recentemente, Furushashi et al. (1990) também apresentaram um estudo sobre a teoria da potência reativa instantânea.

Desta forma, este trabalho, baseado na definição de potência ativa e reativa apresentada de forma compacta em Akagi et al. (1983, 1984), pretende estabelecer uma melhor conceituação física destas grandezas tanto a nível de regime permanente quanto transitório, o que não está muito claro na literatura mencionada. A partir do entendimento do fenômeno físico, mostra-se que é possível se conceber estratégias de correção de fator de potência. É impor-

tante ressaltar que neste trabalho a correção de fator de potência tem um significado muito mais genérico, não se traduzindo apenas na correção da potência reativa convencional, mas também da "potência harmônica".

2. CONCEITOS TRADICIONAIS DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA

Para um melhor entendimento do problema das potências ativa e reativa, será primeiramente apresentada a aplicação destes conceitos em um sistema elétrico monofásico, com fonte de tensão senoidal, carga linear e em regime permanente. Em seguida, será analisado o mesmo caso estendido para cargas contendo harmônicos múltiplos da frequência da rede ω . Será também apresentado o estudo de uma fonte de tensão senoidal alimentando uma carga com componentes harmônicos de corrente não-múltiplas de ω . Por fim, será apresentado o caso de fonte de tensão contendo harmônicos alimentando uma carga linear.

2.1. Fonte Senoidal em Regime Estacionário e Cargas Lineares

Seja:

$$v_a(t) = \sqrt{2} V \sin \omega t, \quad (1)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \phi). \quad (2)$$

A potência instantânea é dada por:

$$p(t) = v_a i_a = VI[\cos \phi - \cos(2\omega t - \phi)] =$$
$$= \underbrace{VI \cos \phi (1 - \cos 2\omega t)}_1 - \underbrace{VI \sin \phi \cdot \sin 2\omega t}_2 \quad (3)$$

Esta decomposição mostra que a potência instantânea pode ser separada em duas parcelas:

- a parcela "1" pulsa em torno do valor médio ($VI \cos \phi$) com o dobro da frequência da rede de alimentação, porém nunca fica negativa, ou seja, é uma potência "cc" Slonin e Van Wyk (1988);

— a parcela "2" tem o valor médio nulo, valor de pico igual a $(VI \sin \phi)$ e também oscila com o dobro da frequência da rede.

Dentro da conceituação tradicional (e.g., Elgerd, 1970) define-se:

$$P = VI \cos \phi,$$

potência ativa média = valor médio de $p(t)$;

$$Q = VI \sin \phi,$$

potência reativa.

Assim,

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) - Q(\sin 2\omega t). \quad (4)$$

Estas decomposições estão colocadas graficamente na Figura 1.

Nota-se que Q , por definição, é igual ao valor de pico da parcela de potência que flui da fonte para a carga e vice-versa, resultando num valor médio nulo (parcela 2).

No caso trifásico equilibrado (Elgerd, 1976), chega-se às seguintes conclusões:

$$(i) \quad p(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t)$$

$$= 3P = P_3 \phi,$$

ou seja, a potência trifásica instantânea é constante e, portanto, igual ao seu valor médio;

(ii) as parcelas oscilantes das três fases (parcela dependente de Q) estão defasadas de 120° em cada fase e, portanto, somam zero. No entanto, define-se tradicionalmente potência reativa trifásica como:

$$Q_3 \phi = 3Q,$$

uma vez que existe este tipo de potência em cada uma das fases, em tempos diferentes. É importante notar que esta potência reativa só aparece por definição, já que a soma no tempo é nula.

2.2. Extensão para Fonte Senoidal em Regime Estacionário e Cargas com Harmônicos de Corrente Múltiplas de ω

A tensão, neste caso, é a mesma apresentada na eq. (1). A corrente, porém, é expressa por:

$$i_a(t) = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + \sqrt{2} I_2 \sin(2\omega t - \phi_2) + \dots \quad (5)$$

As seguintes relações são conhecidas:

potência instantânea:

$$\begin{aligned} p_a(t) &= 2VI_1 \sin \omega t \sin(\omega t - \phi_1) + \\ &+ 2VI_2 \sin \omega t \sin(2\omega t - \phi_2) + \dots \\ &= VI_1 \cos \phi_1 (1 - \cos 2\omega t) - VI_1 \sin \phi_1 \sin 2\omega t \\ &+ 2VI_2 \sin \omega t \sin(2\omega t - \phi_2) + \dots; \end{aligned}$$

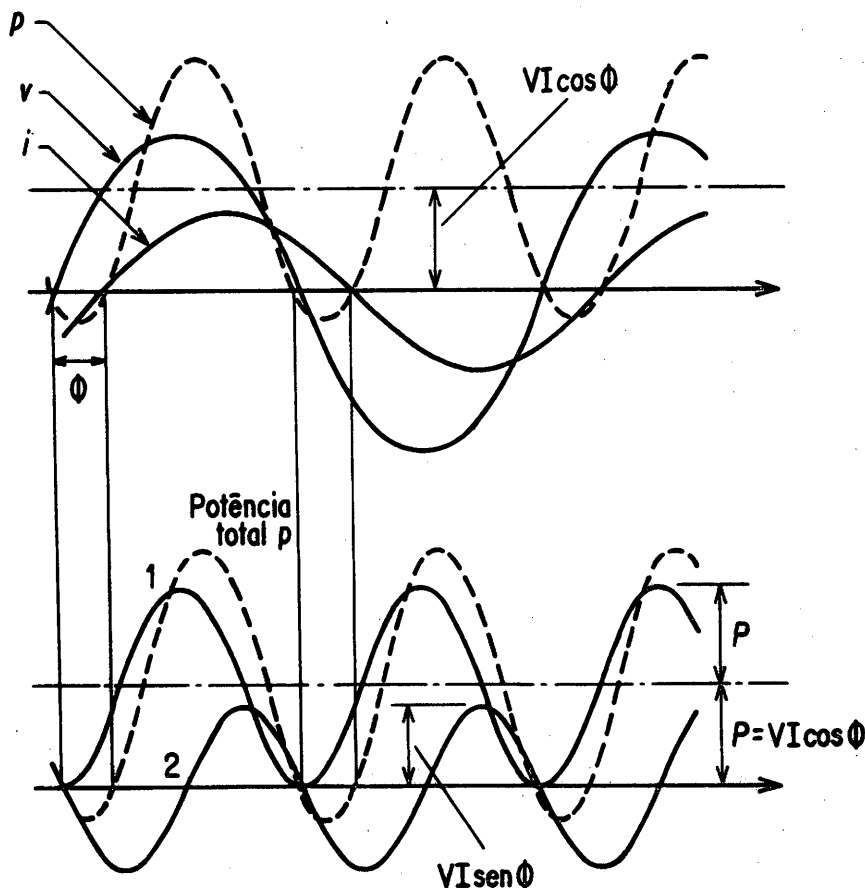


Figura 1. Tensão (v), corrente (i) e potência (p) num circuito monofásico linear Elgerd (1976).

potência ativa média:

$$P = \text{valor médio de } p_a(t) = VI_1 \cos \phi_1;$$

corrente eficaz:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} = \sqrt{(1/T) \int_0^T i_a^2 dt}$$

onde T é o período de $i_a(t)$;

potência aparente:

$$S = VI.$$

Daf, tem-se que:

$$S^2 = V^2 I^2 = V^2 (I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots) = (VI_1 \cos \phi_1)^2 + (VI_1 \sin \phi_1)^2 + V^2 (I_2^2 + I_3^2 + \dots) \quad (7)$$

Define-se:

$$\Delta Q = VI_1 \sin \phi_1 \quad (8)$$

potência reativa;

$$H = V \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots} = VI \sqrt{1 - (I_1/I)^2} \quad (9)$$

potência harmônica.

A relação (7) pode agora ser reescrita como:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + H^2 \quad (10)$$

Este resultado costuma ser apresentado graficamente através do tetraedro de potências da Figura 2, Bystron (1979) e Caldeira e Watanabe (1988).

As seguintes definições são normalmente empregadas:

- fator de deslocamento ou fator de potência fundamental = $\cos \phi_1$,
- fator de distorção = $\frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{S} = \frac{I_1}{I} = \cos \gamma$,
- fator de potência ou fator de potência total = $P/S = \cos \phi_1 \cdot \cos \gamma = \cos \phi$.

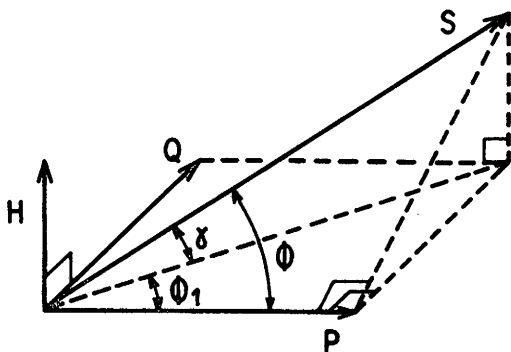


Figura 2. Tetraedro de potências.

O fator de deslocamento aparece na literatura em inglês como "displacement factor" e corresponde ao fator de potência convencional de sistemas onde não existe harmônicos. Este fator de deslocamento pode ser chamado de fator de potência fundamental, pois só depende da componente fundamental. Por outro lado, o fator de potência, conforme definido acima, pode ser também chamado de fator de potência total, pois inclui, além da componente fundamental, todos os harmônicos.

Para o caso trifásico equilibrado todas as grandezas são consideradas em triplo.

A partir da Figura 2, as seguintes observações podem ser feitas:

Obs. 1: O transporte de $P (= VI_1 \cos \phi_1 (1 - \cos^2 \omega t))$ e de $Q (= VI_1 \sin \phi_1 \sin 2\omega t)$ é feito somente por parte das componentes de corrente na frequência ω .

Obs. 2: O transporte de H é feito pelas componentes de corrente em frequências diferentes de ω (harmônicos).

Obs. 3: A parcela $VI_1 \sin \phi_1 \sin 2\omega t = Q \sin 2\omega t$ tem valor médio zero e pode ser eliminada utilizando-se um capacitor ou um indutor conveniente. Isto pode ser entendido pela observação da Figura 3. A colocação de um componente L ou C em paralelo com a fonte de alimentação permite a geração de uma corrente de frequência ω capaz de fornecer a potência Q solicitada pela carga. Nota-se que com este procedimento é impossível gerar ou absorver a potência H solicitada, uma vez que H depende de correntes com frequências diferentes de ω (harmônicos).

Obs. 4: As parcelas da Eq. (6) com frequências diferentes de ω , isto é, aquelas que produzem H, têm valor médio zero e não podem ser eliminadas com um único capacitor ou indutor. Sua eliminação depende de filtros, que funcionam como curto-circuitos para as correntes harmônicas geradas na carga.

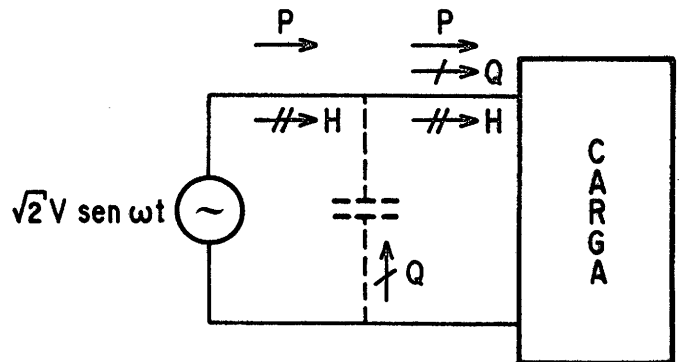


Figura 3. Compensação da potência reativa.

2.3. Extensão para Fonte Senoidal em Regime Estacionário com Carga com Harmônicos de Corrente em Qualquer Frequência

Este caso ocorre quando a carga é chaveada em uma frequência não sincronizada com a frequência da rede ω . Assim sendo, a corrente passa a ser dada por:

$$i_a(t) = I_0 + \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + \sum_{k=2}^{\infty} \sqrt{2} I_k \sin(\omega_k t - \phi_k) \quad (11)$$

onde,

I_0 : componente contínua da corrente;

$\sqrt{2} I_1 \text{sen}(\omega t + \phi_1)$: componente com a mesma frequência da rede (ω).

O somatório de harmônicos em (11) pode conter componentes de frequência não-múltiplas de ω , maiores que ω (super-harmônicos) e menores que ω (sub-harmônicos), dependendo apenas do modo e frequência de chaveamento (Gyugyi e Pelly, 1988) da carga.

Neste caso, da mesma forma que no caso anterior, pode-se definir todas as variáveis para a construção do tetraedro da potência da Figura 2. É importante observar, no entanto, que em H estará contida a potência devido a I_0 , bem como os harmônicos menores e maiores que ω .

2.4. Extensão para Fonte de Tensão Contendo Harmônicos e Cargas com Correntes Múltiplas de ω em Regime Estacionário

Seja:

$$v_s(t) = \sqrt{2} V_1 \text{sen} \omega t + \sqrt{2} V_2 \text{sen}(2\omega t + \lambda_2) + \sqrt{2} V_3 \text{sen}(3\omega t + \lambda_3) + \dots \quad (12)$$

$$i_s(t) = \sqrt{2} I_1 \text{sen}(\omega t - \phi_1) + \sqrt{2} I_2 \text{sen}(2\omega t + \lambda_2 - \phi_2) + \sqrt{2} I_3 \text{sen}(3\omega t + \lambda_3 - \phi_3) + \dots \quad (13)$$

2.4.1. Decomposição da Corrente em Parte Senoidal e Parte Cossenoidal

Para estes casos, Emanuel (1988) sugere a decomposição da corrente em uma parte senoidal e outra cossenoidal, ou seja:

$$i_s(t) = i_s(t) + i_c(t),$$

onde,

$$i_s(t) = \sqrt{2} I_1 \cos \phi_1 \text{sen} \omega t + \sqrt{2} I_2 \cos \phi_2 \text{sen} 2\omega t + \dots \quad (14)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I_1 \text{sen} \phi_1 \cos \omega t + \sqrt{2} I_2 \text{sen} \phi_2 \cos 2\omega t + \dots \quad (15)$$

As seguintes relações são conhecidas:

potência instantânea:

$$p_s(t) = v_s(t) i_s(t) + v_s(t) i_c(t);$$

potência ativa média:

$$P = V_1 I_1 \cos \phi_1 + V_2 I_2 \cos \phi_2 + \dots, \quad (16)$$

corrente eficaz:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \dots},$$

tensão eficaz:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \dots},$$

potência aparente:

$$S = VI.$$

Para a definição da potência reativa, Emanuel (1988) sugere:

$$Q = V_1 I_1 \text{sen} \phi_1 + V_2 I_2 \text{sen} \phi_2 + \dots \quad (17)$$

ou

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

O tetraedro de potência, neste caso, fica também estabelecido por:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + H^2, \quad (18)$$

onde $H^2 = S^2 - P^2 - Q^2$ é um termo complicado em função de $\text{sen} \phi$ e $\text{cos} \phi_i$ sem significado físico aparente.

A compensação da parcela Q poderia ser conseguida, caso a fonte de alimentação fosse composta de fontes harmônicas em série, através da colocação de capacitores ou indutores em paralelo com as fontes, conforme sugere a Figura 4. Como esta não é uma situação real, a metodologia sugerida fica apenas no nível teórico e serve para o entendimento do significado das parcelas Q_i ($i = 1, 2, 3, \dots$).

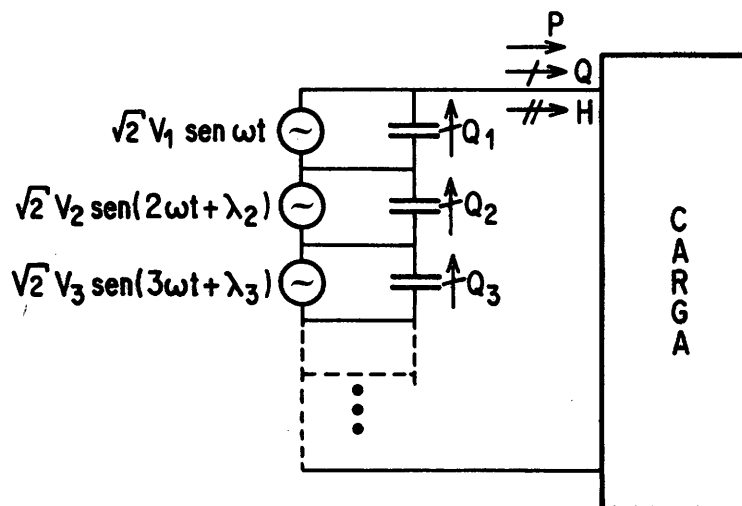


Figura 4. Compensação da potência reativa no caso de fonte de tensão com componentes harmônicos.

2.4.2. Decomposição da Corrente em Partes em Fase com a Tensão e Parte Ortogonal à Tensão

Como a potência reativa Q definida em (17) pode no total ser nula, negativa ou positiva, dependendo de ϕ_i , Emanuel (1988) sugere uma outra decomposição da corrente. Ou seja, sugere a decomposição da corrente em partes em fase com a tensão e parte ortogonal à mesma.

Admite-se inicialmente que a carga é constituída por uma resistência em paralelo com uma indutância ou capacitância, e que seus valores não dependem da frequência. Chamando-se i_p a corrente que circula na resistência e i_q a que circula no elemento indutivo/capacitivo, tem-se:

$$i_a(t) = i_p(t) + i_q(t), \quad (19)$$

onde:

$$i_p(t) = G [\sqrt{2} V_1 \text{sen}\omega t + \sqrt{2} V_2 \text{sen}(2\omega t + \lambda_2) + \dots], \quad (20)$$

$$\begin{aligned} i_q(t) &= i_a(t) - i_p(t) = i_c(t) + (i_s(t) - i_p(t)) = \\ &= \sqrt{2} I_1 \text{sen} \phi_1 \cos\omega t + \sqrt{2} I_2 \text{sen}\phi_2 \cos 2\omega t + \dots \\ &+ \sqrt{2} (I_1 \cos \phi_1 - GV_1) \text{sen}\omega t + \\ &+ \sqrt{2} (I_2 \cos \phi_2 - GV_2) \text{sen}(2\omega t + \lambda_2) + \dots, \end{aligned} \quad (21)$$

e G é a condutância da carga.

As seguintes relações são verdadeiras:

$$\begin{aligned} P &= \overline{p(t)} = \overline{v(t) (i_p(t) + i_q(t))} = \\ &= \overline{v(t) i_p(t)} = G (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots) = \\ &= GV^2 = VI_p, \end{aligned} \quad (22)$$

onde I_p é o valor eficaz de i_p .

Aqui, Emanuel (1988) sugere a seguinte definição para potência reativa:

$$Q = V [(I_1 \text{sen} \phi_1)^2 + (I_2 \text{sen} \phi_2)^2 + \dots]^{1/2} \quad (23)$$

Nota-se que com esta definição $Q \geq 0$.

O tetraedro de potência fica estabelecido pela introdução do termo H :

$$H^2 = S^2 - P^2 - Q^2. \quad (24)$$

Neste caso,

$$H^2 = V^2 (I_p^2 + I_q^2) - G^2 V^4 - Q^2, \quad (25)$$

onde I_q é o valor eficaz de i_q . Mas,

$$\begin{aligned} I_q &= [I_1^2 \text{sen}^2 \phi_1 + I_2^2 \text{sen}^2 \phi_2 + \dots + (I_1 \cos \phi_1 - \\ &- GV_1)^2 + (I_2 \cos \phi_2 - GV_2)^2 + \dots]^{1/2} = \\ &= \left[\frac{Q^2}{V^2} + (I_1 \cos \phi_1 - GV_1)^2 + \right. \\ &\left. + (I_2 \cos \phi_2 - GV_2)^2 + \dots \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (26)$$

Portanto,

$$H^2 = V^2 [(I_1 \cos \phi_1 - GV_1)^2 + (I_2 \cos \phi_2 - GV_2)^2 + \dots] \quad (27)$$

Outras relações seriam obtidas caso a carga fosse constituída por elementos em série.

2.4.3. Cone de Potências

As decomposições sugeridas nos itens 2.4.1. e 2.4.2. levam a tetraedros de potência distintos. As arestas Q e H de cada decomposição são totalmente diferentes. Existem, na verdade, inúmeras formas de se definir Q e H . No entanto, P , S e o ângulo (ϕ) entre P e S são sempre os mesmos, independente de como são escolhidos Q e H . Desta forma, como mostra a Figura 5, tomando-se o eixo P como referência e dependendo da escolha de Q e H , a ponta do vetor S estará forçosamente sobre um círculo, chegando-se assim a um cone de potências.

É importante lembrar que uma escolha arbitrária de Q e H leva a definições sem significado físico e alguns autores sugerem definições de sua preferência (e.g. Emanuel (1988)).

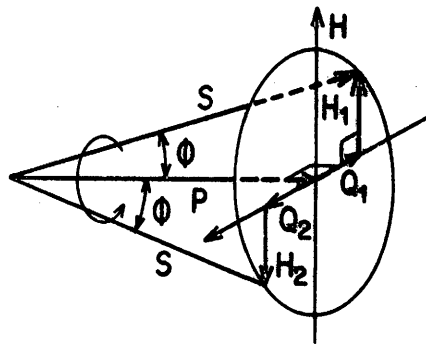


Figura 5. Cone de potência: P , S e o ângulo (ϕ) entre P e S tem sempre o mesmo valor.

3. OS NOVOS CONCEITOS DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA

As análises apresentadas na seção anterior levam claramente ao entendimento da existência de um tetraedro de potências e que as possíveis formas de se corrigir o fator de potência são diferentes quando existem harmônicos ou não. As análises apresentadas são válidas somente para o regime permanente, o que atualmente não tem muito sentido, uma vez que na maioria das indústrias as cargas funcionam de forma muito dinâmica, sendo o conteúdo harmônico variável no tempo.

Por este motivo, Akagi et al. (1983, 1984) apresentaram uma teoria geral de potência ativa e reativa, que todavia ainda não está perfeitamente entendida e difundida entre os engenheiros de sistemas de potência.

No item seguinte será apresentada esta teoria generalizada e, a partir daí, pretende-se discutir e explicar melhor o significado de cada termo definido.

3.1. Potência Ativa e Reativa Generalizada

Sabe-se que a potência instantânea de um sistema trifásico é dada por:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta + v_o i_o$$

$$= p_a + p_b + p_c = p_\alpha + p_\beta + p_o, \quad (28)$$

onde:

$$\begin{vmatrix} v_o \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{vmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{vmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3/2} & -\sqrt{3/2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{vmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{vmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{vmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{vmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3/2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\sqrt{3/2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_o \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{vmatrix} \quad (30)$$

Relações idênticas valem para as correntes.

Esta decomposição em componentes $(\alpha, \beta, 0)$ deve ser entendida como uma mudança de variáveis, não estando relacionada com a transformada de Park ou componentes simétricas. A conveniência desta mudança de variáveis sobressai nos casos frequentes em que $v_a + v_b + v_c = 0$ ou $i_a + i_b + i_c = 0$. Nestas situações, a variável v_o ou i_o vale zero e, portanto, duas componentes (α, β) são suficientes para representar o sistema.

Akagi et al. (1983, 1984), sugerem a definição de uma variável q dada por:

$$q(t) = \Delta v_\alpha i_\beta - v_\beta i_\alpha$$

A idéia básica desta definição é obter o produto da tensão pela corrente adiantada de 90° . Note que a parcela 2 da Eq. (3) é obtida pelo produto da tensão v_a pela parte da corrente em $\cos\omega t$.

Portanto, quando $v_o = 0$ ou $i_o = 0$:

$$\begin{vmatrix} p \\ q \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_\alpha & v_\beta \\ -v_\beta & v_\alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{vmatrix}$$

o que nos permite calcular as correntes nas fases α e β em função de p e q :

$$\begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{vmatrix} = \frac{1}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} \begin{vmatrix} v_\alpha & -v_\beta \\ v_\beta & v_\alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ q \end{vmatrix} \quad (31)$$

ou ainda, separando as parcelas em função de p e q , tem-se:

$$\begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{vmatrix} = \frac{1}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} \left\{ \begin{vmatrix} v_\alpha & -v_\beta \\ v_\beta & v_\alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_\alpha & -v_\beta \\ v_\beta & v_\alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ q \end{vmatrix} \right\} = \begin{vmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{vmatrix} \quad (32)$$

onde foram definidas as seguintes componentes de corrente:

$$i_{\alpha p} = \frac{v_\alpha}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} p, \quad (33)$$

$$i_{\alpha q} = \frac{-v_\beta}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} q, \quad (34)$$

$$i_{\beta p} = \frac{v_\beta}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} p, \quad (35)$$

$$i_{\beta q} = \frac{v_\alpha}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} q. \quad (36)$$

Então, para as potências nas fases α e β , tem-se:

$$\begin{vmatrix} p_\alpha \\ p_\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_\alpha i_\alpha \\ v_\beta i_\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_\alpha i_{\alpha p} \\ v_\beta i_{\beta p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_\alpha i_{\alpha q} \\ v_\beta i_{\beta q} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_{\alpha p} \\ p_{\beta p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} p_{\alpha q} \\ p_{\beta q} \end{vmatrix}, \quad (37)$$

onde foram definidas as seguintes componentes de potência:

$$p_{\alpha p} = v_\alpha i_{\alpha p} = \frac{v_\alpha^2}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} p, \quad (38)$$

$$p_{\alpha q} = v_\alpha i_{\alpha q} = \frac{-v_\alpha v_\beta}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} q, \quad (39)$$

$$p_{\beta p} = v_\beta i_{\beta p} = \frac{v_\beta^2}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} p, \quad (40)$$

$$p_{\beta q} = v_\beta i_{\beta q} = \frac{v_\alpha v_\beta}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} q. \quad (41)$$

É fácil verificar que com $p_o = 0$, p vale:

$$p = p_\alpha + p_\beta = p_{\alpha p} + p_{\alpha q} + p_{\beta p} + p_{\beta q} = p_{\alpha p} + p_{\beta p}, \quad (42)$$

porque de (38) e (40) tem-se que:

$$0 = p_{\alpha q} + p_{\beta q}. \quad (43)$$

Estas relações sugerem a seguinte nomenclatura:

$p_{\alpha p}$ = potência ativa instantânea no eixo α ,

$p_{\beta p}$ = potência ativa instantânea no eixo β ,

$p_{\alpha q}$ = potência reativa instantânea no eixo α ,

$p\beta_q$ = potência reativa instantânea no eixo β .

$q_{(t)}$ = potência imaginária instantânea,

$p_{(t)}$ = potência real instantânea.

Nota-se que estas grandezas são instantâneas e, assim, valem tanto para transitórios quanto para regimes estacionários, contendo harmônicos ou não.

O conceito usual de potência reativa corresponde a uma parcela da potência instantânea cujo valor médio é nulo (ver item 2.1.) Agora, o conceito de potência reativa introduzido corresponde a parcelas da potência instantânea de um circuito trifásico cuja soma instantânea é zero ($p_{\alpha_q} + p_{\beta_q} = 0$).

Para permitir uma conexão com as conhecidas potência ativa média (P) e potência reativa (Q), será analisado o caso de uma carga linear alimentada por uma fonte senoidal.

3.2. Particularização para Fonte Senoidal de Tensão em Regime Estacionário com Cargas Lineares

Seja:

$$v_a = \sqrt{2} V \sin \omega t,$$

$$v_b = \sqrt{2} V \sin(\omega t + 120^\circ), \quad (44)$$

$$v_c = \sqrt{2} V \sin(\omega t - 120^\circ).$$

$$i_a = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \phi),$$

$$i_b = \sqrt{2} I \sin(\omega t + 120^\circ - \phi), \quad (45)$$

$$i_c = \sqrt{2} I \sin(\omega t - 120^\circ - \phi).$$

Logo:

$$v_\alpha = \sqrt{3} V \sin \omega t,$$

$$v_\beta = \sqrt{3} V \cos \omega t, \quad (46)$$

$$v_o = 0$$

$$i_\alpha = \sqrt{3} I \sin(\omega t - \phi),$$

$$i_\beta = \sqrt{3} I \cos(\omega t - \phi), \quad (47)$$

$$i_o = 0$$

Portanto:

$$p = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta = 3 VI \cos \phi = P_3 \phi. \quad (48)$$

$$q = v_\alpha i_\beta - v_\beta i_\alpha = 3 VI \sin \phi = Q_3 \phi. \quad (49)$$

Mais ainda:

$$P_\alpha = P_{\alpha_p} + P_{\alpha_q},$$

$$P_{\alpha_p} = \frac{v_\alpha^2}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} p = +3 VI \cos \phi \sin^2 \omega t,$$

$$P_{\alpha_q} = \frac{-v_\alpha v_\beta}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} q = -\frac{3}{2} VI \sin \phi \sin 2\omega t.$$

Esta nova conceituação de potência leva a resultados idênticos aos tradicionais e válidos para sistemas com alimentação senoidal e cargas lineares.

Nota-se que:

$$\frac{2}{3} P_\alpha = VI \cos \phi (1 - \cos 2\omega t) - VI \sin \phi \sin 2\omega t,$$

$$\frac{2}{3} P_\beta = VI \cos \phi (1 + \cos 2\omega t) + VI \sin \phi \sin 2\omega t,$$

que é equivalente à expressão (3) obtida no item 2.1. para sistemas monofásicos.

Em seguida será feita a mesma conexão para o caso de uma fonte senoidal alimentando uma carga não-linear.

3.3. Particularização para Fonte Senoidal de Tensão em Regime Estacionário com Cargas com Harmônicos de Corrente Múltiplos de ω

Seja um sistema trifásico com as tensões conforme definidas em (44) e com correntes dadas por:

$$i_a = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + \sqrt{2} I_2 \sin(2\omega t - \phi_2) +$$

$$+ \sqrt{2} I_3 \sin(3\omega t - \phi_3) + \dots$$

$$i_b = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + 120^\circ - \phi_1) +$$

$$+ \sqrt{2} I_2 \sin[2(\omega t + 120^\circ) - \phi_2] + \dots$$

$$i_c = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - 120^\circ - \phi_1) +$$

$$+ \sqrt{2} I_2 \sin[2(\omega t - 120^\circ) - \phi_2] + \dots \quad (50)$$

Logo,

$$i_\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3}} I_n \sin(n\omega t - \phi_n) [1 - \cos(n120^\circ)], \quad (51)$$

para $n = 3k$ a contribuição é nula,

para $n \neq 3k$ a contribuição é positiva.

$$i_\beta = \sum_{n=1}^{\infty} 2 I_n \cos(n\omega t - \phi_n) \sin(n120^\circ), \quad (52)$$

para $n = 3k$ a contribuição é nula,

para $n = (3k - 1)$ a contribuição é negativa,

para $n = (3k + 1)$ a contribuição é positiva.

$$i_o = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + i_b + i_c) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{6} I_{3k} \sin(3k\omega t - \phi_{3k}). \quad (53)$$

Nota-se que os harmônicos múltiplos de 3 só aparecem em "i".

$$\begin{aligned}
 p &= v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{o} i_o = P_{\alpha p} + P_{\beta p} \\
 &= 3VI_1 \cos \phi_1 - 3VI_2 \cos(3\omega t - \phi_2) + \\
 &+ 3VI_4 \cos(3\omega t - \phi_4) - 3VI_5 \cos(6\omega t - \phi_5) + \\
 &+ 3VI_7 \cos(6\omega t - \phi_7) \\
 &- 3VI_8 \cos(9\omega t - \phi_8) + 3VI_{10} \cos(9\omega t - \phi_{10}) - \\
 &- 3VI_{11} \cos(12\omega t - \phi_{11}) + \dots
 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned}
 q &= v_{\alpha} i_{\beta} - v_{\beta} i_{\alpha} \\
 &= 3VI_1 \sin \phi_1 - 3VI_2 \sin(3\omega t - \phi_2) - \\
 &- 3VI_4 \sin(3\omega t - \phi_4) - 3VI_5 \sin(6\omega t - \phi_5) - \\
 &- 3VI_7 \sin(6\omega t - \phi_7) - 3VI_8 \sin(9\omega t - \phi_8) - \\
 &- 3VI_{10} \sin(9\omega t - \phi_{10}) - \\
 &- 3VI_{11} \sin(12\omega t - \phi_{11}) + \dots
 \end{aligned} \quad (55)$$

$$p_o = v_o i_o = 0.$$

Observando-se estas equações, pode-se escrever:

$$p = \bar{p} + \tilde{p}, \quad (56)$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q}, \quad (57)$$

onde "—" indica valor médio e "~" valor oscilante.

Verifica-se que:

\tilde{p} e \tilde{q} tem valor médio zero,

$$\bar{p} = P_{3\phi}, \quad (58)$$

$$\bar{q} = Q_{3\phi}, \quad (59)$$

$$\sqrt{\bar{P}^2 + \bar{Q}^2} = H, \quad (60)$$

onde \bar{P} e \bar{Q} são os valores eficazes de \bar{p} e \bar{q} .

As relações acima podem ser resumidas no desenho da Figura 6.

Aqui a parcela devido aos harmônicos foi decomposta nas partes ortogonais \bar{P} e \bar{Q} . É fundamental notar que estes resultados são idênticos aos do item 2.2., só que o significado físico está mais claro, principalmente naquilo que diz respeito a H. Com esta definição da "potência harmônica" H observa-se que:

- (i) o seu valor médio também vale zero;
- (ii) a eliminação de H só é possível através de filtros, uma vez que um único capacitor ou indutor não é capaz de fornecer/absorver correntes em frequências diferentes de ω .

Na seção 4 será explicado como H e Q podem ser compensados.

Obs.: Extensão da nomenclatura

Baseando-se nas Eqs. (33) a (36) e considerando-se as definições apresentadas nas Eqs. (56) e (57), fica evidente o que representam as variáveis $i_{\alpha\tilde{p}}$, $i_{\alpha\tilde{q}}$, $i_{\beta\tilde{p}}$, $i_{\beta\tilde{q}}$, que serão empregadas mais adiante. Similarmente, com base nas Equações (38) a (41), podem-se introduzir as novas quantidades $P_{\alpha\tilde{p}}$, $P_{\alpha\tilde{q}}$, $P_{\beta\tilde{p}}$, $P_{\beta\tilde{q}}$.

4. COMPENSAÇÃO DA POTÊNCIA REATIVA (Q) E HARMÔNICA (H)

4.1. Conceitos Básicos

Inicialmente será analisada a compensação das parcelas da potência instantânea $p(t)$ que dependem de q , isto é $P_{\alpha q}$ e $P_{\beta q}$ (vide Eqs. 39, 41 e 42). A Figura 7 ilustra o fluxo de potência nas fases α e β . Para compensar as parcelas reativas $P_{\alpha q}$ e $P_{\beta q}$ basta introduzir fontes de corrente $i_{\alpha c}$ e $i_{\beta c}$, conforme indicado na Figura 7. Estas fontes devem ser tais que:

$$i_{\alpha c} = i_{\alpha q}, \quad (61)$$

$$i_{\beta c} = i_{\beta q}, \quad (62)$$

com $i_{\alpha q}$ e $i_{\beta q}$ dadas pelas Eqs. (34) e (36). Com isto, a fonte de corrente conectada em paralelo com a tensão v_{α} fornecerá a potência $P_{\alpha q} = v_{\alpha} i_{\alpha q}$ (Eq. 39) e a fonte conectada à tensão v_{β} fornecerá $P_{\beta q} = v_{\beta} i_{\beta q}$ (Eq. 41). Uma vez que a relação (43) nos ensina que, em todos os instantes de tempo, $P_{\alpha q} + P_{\beta q} = 0$, não é necessário elemento armazenador de energia para trocar esta parcela de potência com a carga. A compensação é feita instantaneamente através da troca de potência entre as fases. A realização destas fontes de corrente é possível através de filtros ativos de potência, constituídos basicamente de inversores de tensão (VSI) ou corrente (CSI) devidamente controlados para gerar $i_{\alpha c}$ e $i_{\beta c}$ (Akagi et al., 1984).

Resta agora analisar as parcelas de potência instantânea que dependem de p . Conforme apresentado na Equação (56), p pode ser decomposto nas partes \bar{p} e \tilde{p} . Pela Eq. (58), \bar{p} corresponde justamente ao valor da potência que é transformada em trabalho útil na carga e, assim, não tem sentido falar em sua compensação. Por outro lado, \tilde{p} tem valor médio zero e, portanto, pode ser compensado sem alterar o fornecimento de potência para a carga. A partir das Eqs. (38) e (40) pode-se escrever:

$$P_{\alpha\tilde{p}} = \frac{v_{\alpha}^2}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = v_{\alpha} i_{\alpha\tilde{p}}, \quad (63)$$

$$P_{\beta\tilde{p}} = \frac{v_{\beta}^2}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = v_{\beta} i_{\beta\tilde{p}} \quad (64)$$

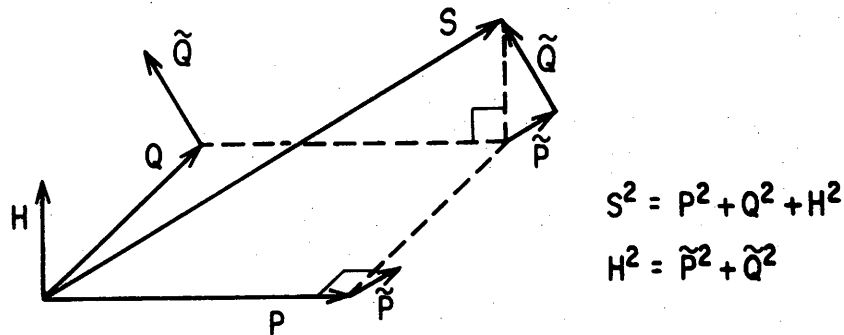


Figura 6. Tetraedro de potências estendido.

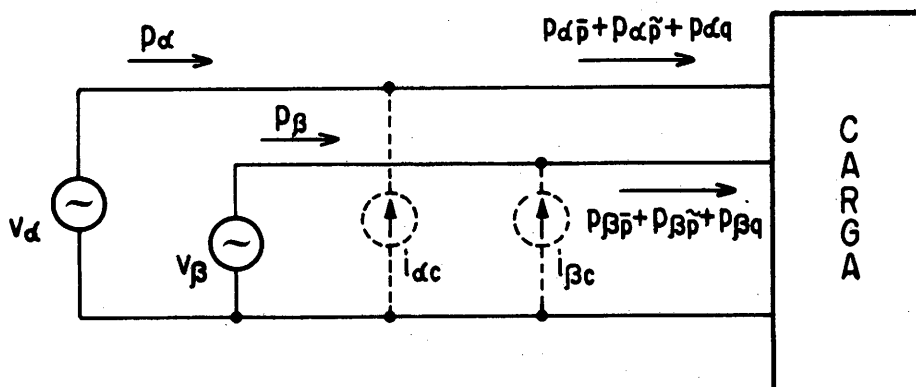


Figura 7. Esquema de compensação de Q e H.

Estas equações mostram claramente que não é possível compensar tais parcelas de potência através da troca de potências entre fases, como ocorre com $p_{\alpha q}$ e $p_{\beta q}$. Somente através do armazenamento/fornecimento de energia, pode-se suprir as solicitações da carga no que se refere a \tilde{p} , sem sobrecarregar a fonte de alimentação. O elemento armazenador recebe a energia nos ciclos negativos de \tilde{p} e a devolve nos ciclos positivos de \tilde{p} . Esta compensação pode ser conseguida também por filtros ativos de potência constituídos de inversores (VSI ou CSI) controlados para fornecer $i_{\alpha p}$ e $i_{\beta p}$, dados pelas Eqs. (63) e (64). No entanto, são necessários aqui elementos capazes de armazenar o valor máximo da energia trocada com a carga Mohan e Wright (1988).

4.2. Discussão Sobre a Compensação de Q e H Utilizando Filtros Ativos de Potência

A compensação aqui apresentada difere da usualmente empregada. No procedimento convencional, compensa-se Q através de elementos armazenadores de energia e o projeto é feito tratando cada fase individualmente. A parcela H é compensada usando filtros com capacitores e indutores, ou seja, novamente elementos armazenadores de energia. Na nova metodologia, parte da parcela H

(aquela que depende de \tilde{q}) e a parcela Q são compensadas por filtros ativos de potência (Akagi et al., 1984) que não necessitam de componentes armazenadores de energia. A outra parte da parcela H (aquela que depende de \tilde{p}) exige capacitores ou indutores para compensação.

Quando grandes valores de potência estão em jogo, os elementos armazenadores de energia acima mencionados são caros. Nestes casos e com o barateamento dos componentes de eletrônica de potência, o emprego da nova filosofia de compensação de potências reativas e harmônicas torna-se atraente (Mohan e Wright, 1988).

5. EXEMPLO

Seja um sistema trifásico cujas tensões são dadas pela Eq. (44) e cujas correntes estão representadas apenas pelos primeiros e segundos harmônicos da Eq. (50).

A Eq. (46) fornece os valores de v_{α} , v_{β} , v_o .

Das Eqs. (51), (52), (53) obtém-se:

$$i_{\alpha} = \sqrt{3} I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + \sqrt{3} I_2 \sin(2\omega t - \phi_2),$$

$$i_{\beta} = \sqrt{3} I_1 \cos(\omega t - \phi_1) - \sqrt{3} I_2 \sin(2\omega t - \phi_2),$$

$$i_o = 0.$$

Das Eqs. (54) e (55) segue:

$$p = 3 V I_1 \cos \phi_1 - 3 V I_2 \cos(3\omega t - \phi_2),$$

$$q = 3 V I_1 \sin \phi_1 - 3 V I_2 \sin(3\omega t - \phi_2).$$

Portanto:

$$\bar{p} = 3 V I_1 \cos \phi_1,$$

$$\tilde{p} = -3 V I_2 \cos(3\omega t - \phi_2),$$

$$\bar{q} = 3 V I_1 \sin \phi_1,$$

$$\tilde{q} = -3 V I_2 \sin(3\omega t - \phi_2).$$

Das Eqs. (33) a (34) vem:

$$i_{\alpha_p} = \frac{\sqrt{3}}{3V} \sin \omega t.p, \quad i_{\beta_p} = \frac{\sqrt{3}}{3V} \cos \omega t.p,$$

$$i_{\alpha_q} = \frac{-\sqrt{3}}{3V} \cos \omega t.q, \quad i_{\beta_q} = \frac{\sqrt{3}}{3V} \sin \omega t.q$$

$$i_{\alpha} = i_{\alpha_p} + i_{\alpha_q} = i_{\alpha\bar{p}} + i_{\alpha\tilde{p}} + i_{\alpha\bar{q}} + i_{\alpha\tilde{q}}$$

$$i_{\alpha\bar{p}} = \sqrt{3} I_1 \cos \phi_1 \sin \omega t,$$

$$i_{\alpha\tilde{p}} = -\sqrt{3} I_2 \sin \omega t \cos(3\omega t - \phi_2),$$

$$i_{\alpha\bar{q}} = -\sqrt{3} I_1 \sin \phi_1 \cos \omega t,$$

$$i_{\alpha\tilde{q}} = \sqrt{3} I_2 \cos \omega t \sin(3\omega t - \phi_2),$$

$$i_{\beta} = i_{\beta_p} + i_{\beta_q} = i_{\beta\bar{p}} + i_{\beta\tilde{p}} + i_{\beta\bar{q}} + i_{\beta\tilde{q}}$$

$$i_{\beta\bar{q}} = \sqrt{3} I_1 \cos \phi_1 \cos \omega t,$$

$$i_{\beta\tilde{p}} = -\sqrt{3} I_2 \cos \omega t \cos(3\omega t - \phi_2) =$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} I_2 [\cos(2\omega t - \phi_2) + \cos(4\omega t - \phi_2)],$$

$$i_{\beta\bar{q}} = \sqrt{3} I_1 \sin \phi_1 \sin \omega t,$$

$$i_{\beta\tilde{q}} = -\sqrt{3} I_2 \sin \omega t \sin(3\omega t - \phi_2) =$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} I_2 [\cos(2\omega t - \phi_2) - \cos(4\omega t - \phi_2)].$$

Na Figura 8 estão apresentados os gráficos de algumas destas funções.

É interessante observar que $p_{\alpha\tilde{q}} = -p_{\beta\tilde{q}}$, $p_{\alpha\tilde{p}} = -p_{\beta\tilde{p}}$. Além disso, $p_{\alpha\tilde{p}}$ e $p_{\beta\tilde{p}}$ tem valor médio zero, porém seus valores instantâneos são diferentes em módulo. Já $p_{\alpha\tilde{q}}$ e $p_{\beta\tilde{q}}$ tem valor médio diferente de zero e representam a parcela de potência efetivamente consumida pela carga.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho introduziu novos conceitos de potência ativa e reativa. Através de uma série de exemplos mostrou-se a conexão

com as conhecidas potências P, Q e H. A compensação da potência reativa instantânea (p_{α_q} , p_{β_q}) pode ser feita através de um filtro ativo que direcione convenientemente as potências em cada fase, uma vez que $p_{\alpha_q} = p_{\beta_q}$. As parcelas de potência harmônica defini-

das por \tilde{p} também podem ser compensadas, pois não afetam o valor médio da potência. No entanto, a compensação neste caso exige elementos armazenadores de energia.

A nova metodologia de compensação de potências reativa e harmônica torna-se economicamente interessante na medida em que os valores de potência em jogo são elevados e o preço dos dispositivos semi-condutores de potência decrescem. Além disso, a compensação proposta é instantânea valendo também em regimes transitórios.

A correção de H utilizando filtros ativos de potência será inevitável em sistemas onde as frequências harmônicas forem variáveis no tempo. Isto acontece nos casos de sistemas de corrente contínua com modulação de potência ou quando cicloconversores são utilizados (Gyugyi e Pelly, 1976; Akagi et al., 1986).

7. REFERÊNCIAS

- AKAGI, H.; KANAGAWA, Y. e NABAE, A. (1983), Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three Phase Circuits - Int. Conf. Power Electronics, Tokyo.
- AKAGI, H.; KANAGAWA, Y. e NABAE, A. (1984), Instantaneous Reactive Power Compensator Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components, IEEE Trans. on Ind. Applic. Vol. IA-20, nº3, May/June.
- AKAGI, H.; NABAE, A. e ATOH, S. (1986), Control Strategy of Active Power Filter Using Multiple Voltage - Source PWM Converters - IEEE Trans. on IA, Vol. IA-22, May-June.
- BYSTRON, K. (1979), Leistungselektronik, Band 2 - Hanser Verlag.
- CALDEIRA, P.P.A. e WATANABE, E.H. (1988), Power Factor Compensation of Rectifiers Utilized in Oil Drilling Rigs, IEEE Trans. on IA - March/April.
- ELGERD, O.I. (1976), Introdução à Teoria de Sistema de Energia Elétrica - McGraw-Hill do Brasil.
- EMANUEL A.E. (1988), Harmonic Power Flow Effect on Energy and Power Meters Accuracy - Brasilcon'88 Harmônicos em Sistemas Elétricos - Dezembro.
- FURUHASHI, T.; OKUMA, S. e UCHIKAWA, Y. (1990), A Study on the Theory of Instantaneous Reactive Power, IEEE Trans. on Ind. Electronics, Vol. 37, Nº1, Fev.
- GYUGYI, L. e PELLY, B.R. (1976), Static Frequency Changer John Wiley.
- MOHAN, N. e WRIGHT, S.E. (1988), Active Filters for High-Voltage Direct - Current (HVDC) Converter Terminals - EPRI Research Project 2115-15 Final Report, University of Minnesota, August.
- SLONIN, M.A. e VAN WYK, J.D. (1988), Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents - Proc. IEE, Vol. 135, Part B, nº2, March.

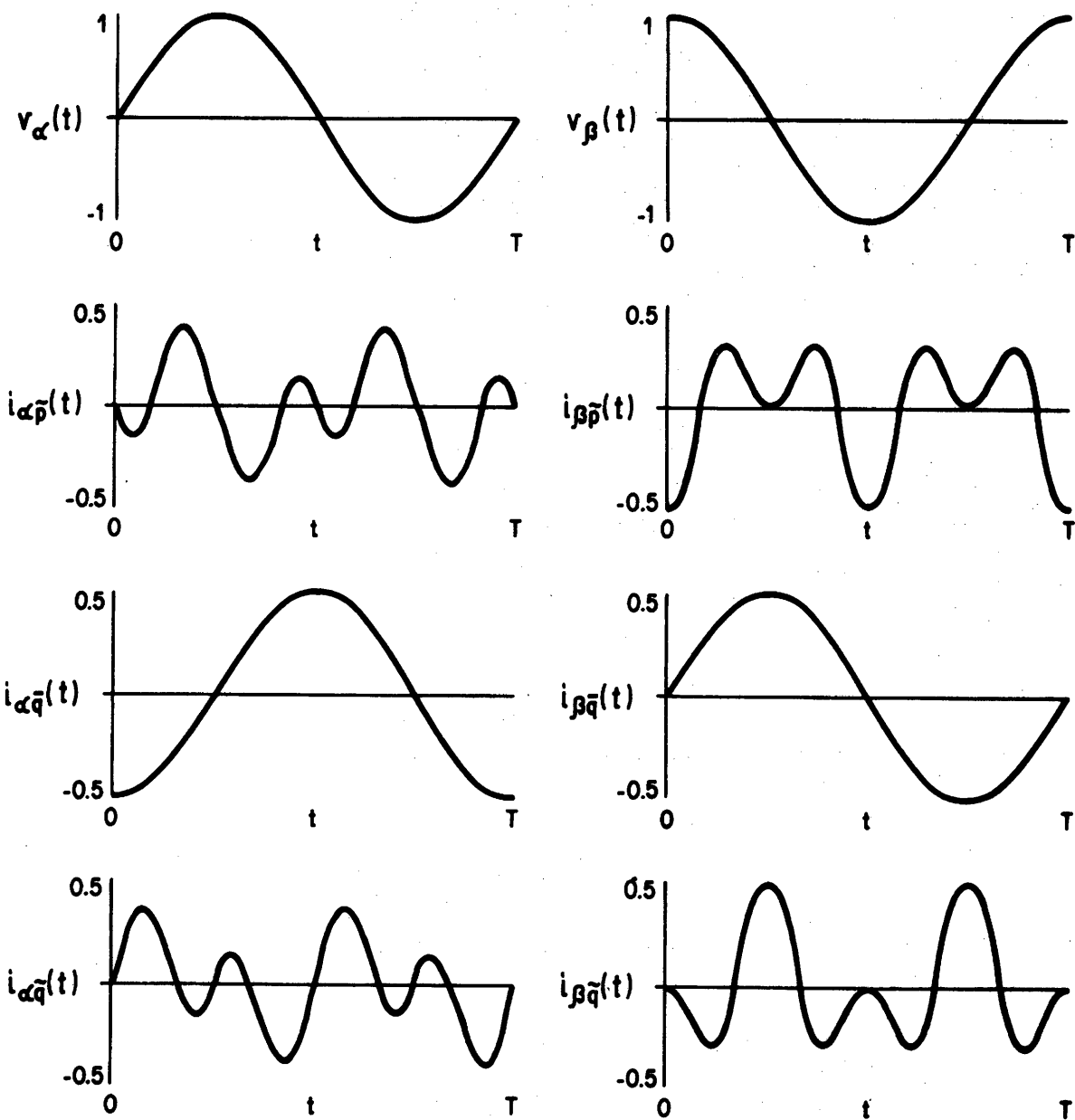


Figura 8. Decomposição das correntes em parcelas dependentes de \bar{p} , \bar{q} , \tilde{q} para o exemplo do item 5.

$$V = 1,0 ; I_1 = 1/\sqrt{3} ; I_2 = 1/(2\sqrt{3}) ; \varphi_1 = 30^\circ ; \varphi_2 = 0^\circ .$$

Nomenclatura

| | |
|-------------------|--|
| ω | freqüência da rede. |
| $p(t)$ | potência instantânea, potência real instantânea. |
| $q(t)$ | potência imaginária instantânea. |
| $p_m(t)$ | potência instantânea na fase m , $m \in \{a,b,c, \alpha, \beta, o\}$. |
| $p_{\alpha p}(t)$ | potência ativa instantânea na fase α . |
| $p_{\beta p}(t)$ | potência ativa instantânea na fase β . |
| $p_{\alpha q}(t)$ | potência reativa instantânea na fase α . |
| $p_{\beta q}(t)$ | potência reativa instantânea na fase β . |
| \bar{p} | valor médio de $p(t)$. |
| \bar{q} | valor médio de $q(t)$. |
| $\tilde{p}(t)$ | parcela oscilante de $p(t)$, onde $p(t) = \bar{p}(t) + \tilde{p}(t)$. |
| $\tilde{q}(t)$ | parcela oscilante de $q(t)$, onde $q(t) = \bar{q}(t) + \tilde{q}(t)$. |
| P | potência ativa média, $P = \bar{p}(t)$. |
| Q | potência reativa, $Q = \bar{q}(t)$. |

| | |
|-------------|---|
| $P_{3\phi}$ | potência ativa média trifásica. |
| $Q_{3\phi}$ | potência reativa trifásica. |
| $v_m(t)$ | tensão instantânea na fase m , $m \in \{a,b,c, \alpha, \beta, o\}$. |
| $i_m(t)$ | corrente instantânea na fase m , $m \in \{a,b,c, \alpha, \beta, o\}$. |
| I | valor eficaz da corrente $i(t)$, $I = \sqrt{(1/T) \int_0^T i^2 dt}$, onde T é o período de $i(t)$. |
| I_k | valor eficaz do k -ésimo harmônico de corrente. |
| V | valor eficaz da tensão $v(t)$. |
| V_k | valor eficaz do k -ésimo harmônico de tensão. |
| $i_s(t)$ | corrente com termos em seno ($\text{sen}k\omega t$). |
| $i_c(t)$ | corrente com termos em cosseno ($\text{cos}k\omega t$). |
| $i_p(t)$ | corrente em fase com a tensão. |
| $i_q(t)$ | corrente em quadratura com a tensão. |
| I_p | valor eficaz de $i_p(t)$. |
| I_q | valor eficaz de $i_q(t)$. |