MODELAGEM, CONTROLE, SISTEMAS E LÓGICA FUZZY

Fernando Antonio Campos Gomide Ricardo Ribeiro Gudwin
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial (DCA)
Faculdade de Engenharia Elétrica (FEE)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
CP 6101, CEP 13081-970, Campinas - SP
e-mail : gomide@dca.fee.unicamp.br
gudwin@dca.fee.unicamp.br

RESUMO: A Lógica Fuzzy (Nebulosa) é a lógica que suporta os modos de raciocínio que são aproximados ao invés de exatos. Modelagem e controle fuzzy de sistemas são técnicas para o tratamento de informações qualitativas de uma forma rigorosa. Derivada do conceito de conjuntos fuzzy, a lógica fuzzy constitui a base para o desenvolvimento de métodos e algoritmos de modelagem e controle de processos, permitindo a redução da complexidade de projeto e implementação, tornando-se a solução para problemas de controle até então intratáveis por técnicas clássicas. Este trabalho apresenta uma introdução aos princípios e às idéias que fundamentam a aplicação da lógica fuzzy em sistemas inteligentes em geral, e controle de processos em particular. Hardware e ferramentas de suporte ao desenvolvimento de aplicações são também descritos. Exemplos de diferentes classes de problemas de controle são consideradas a fim de ilustrar o potencial da lógica fuzzy em aplicações práticas. Finalmente é apresentado um panorama do estado da arte atual, incluindo os principais resultados práticos em uso por vários segmentos da indústria e as tendências futuras.

1 - INTRODUÇÃO

A lógica fuzzy é a lógica baseada na teoria dos conjuntos fuzzy. Ela difere dos sistemas lógicos tradicionais em suas características e seus detalhes. Nesta lógica, o raciocínio exato corresponde a um caso limite do raciocínio aproximado, sendo interpretado como um processo de composição de relações nebulosas.

Na lógica fuzzy, o valor verdade de uma proposição pode ser um subconjunto fuzzy de qualquer conjunto parcialmente ordenado, ao contrário dos sistemas lógicos binários, onde o valor verdade só pode assumir dois valores: verdadeiro (1) ou falso (0). Nos sistemas lógicos multi-valores, o valor verdade de uma proposição pode ser ou um elemento de um conjunto finito, num intervalo, ou uma álgebra booleana. Na lógica nebulosa, os valores verdade são expressos linguisticamente, (e.g. : *verdade*, *muito verdade*, *não verdade*, *falso*, *muito falso*, ...), onde cada termo linguístico é interpretado como um subconjunto fuzzy do intervalo unitário.

Outras características da lógica fuzzy podem ser sumarizadas como segue : nos sistemas lógicos binários, os predicados são exatos (e.g. : *par*, *maior que*), ao passo que na lógica fuzzy os predicados são nebulosos (e.g. : *alto*, *baixo*, ...). Nos sistemas lógicos clássicos, o modificador mais utilizado é a negação enquanto que na lógica fuzzy uma variedade de modificadores de predicados são possíveis (e.g. : *muito*, *mais ou menos*, ...). Estes modificadores são essenciais na geração de termos linguísticos (e.g. : *muito alto*, *mais ou menos perto*, etc).

Nos sistemas lógicos clássicos existem somente os quantificadores existenciais ($\exists$) e universais ($\forall$). A lógica fuzzy admite, em adição, uma ampla variedade de quantificadores (e.g. : *pouco*, *vários*, *usualmente*, *frequentemente*, *em torno de cinco*, etc).

A probabilidade, no contexto da lógica clássica, é um valor numérico ou um intervalo. Na lógica nebulosa existe a opção adicional de se empregar probabilidades linguísticas (e.g. : *provável*, *altamente provável*, *improvável*, etc), interpretados como números fuzzy e manipuladas pela aritmética fuzzy (Kaufmann & Gupta , 1985). Também, em contraste com a lógica modal clássica, o conceito de possibilidade é interpretado utilizando-se subconjuntos fuzzy no universo dos reais (Zadeh, 1988).

Nas teorias de controle clássica e moderna, o primeiro passo para implementar o controle de um processo, é derivar o modelo matemático que descreve o processo. O procedimento, requer que se conheça detalhadamente o processo a ser controlado, o que nem sempre é factível se o processo é muito complicado. As teorias de controle existentes se aplicam a uma grande variedade de sistemas, onde o processo é bem definido. Várias técnicas, tais como para controle linear multivariável (Doyle e Skin, 1981), estimação de estado a partir de medidas ruidosas (Anderson e Moore, 1979), controle ótimo (Sage e White, 1977), sistemas lineares estocásticos (Bertsekas, 1976),

além de certas classes de problemas não-lineares determinísticos (Holtzman, 1970), foram desenvolvidas e aplicadas com sucesso em um grande número de problemas bem postulados. Entretanto, todas estas técnicas não são capazes de resolver problemas reais cuja modelagem matemática é impraticável. Por exemplo, em diversas situações um volume considerável de informações essenciais só é conhecido a priori de forma qualitativa. Do mesmo modo, critérios de desempenho só estão disponíveis em termos linguísticos. Este panorama leva a imprecisões e falta de exatidão que inviabilizam a maioria das teorias utilizadas até agora.

A modelagem e o controle fuzzy (Lee, 1990) são técnicas para se manusear informações qualitativas de uma maneira rigorosa. Tais técnicas consideram o modo como a falta de exatidão e a incerteza são descritas e, fazendo isso, tornam-se suficientemente poderosas para manipular de maneira conveniente o conhecimento. A sua utilização em sistemas de controle de processos em tempo real, em computadores ou micro-controladores, é das mais convenientes, dado que, geralmente, não envolvem nenhum problema computacional sério. A teoria de modelagem e controle fuzzy trata do relacionamento entre entradas e saídas, agregando vários parâmetros de processo e de controle. Isso permite a consideração de processos complexos, de modo que os sistemas de controle resultantes proporcionam um resultado mais acurado, além de um desempenho estável e robusto. A grande simplicidade de implementação de sistemas de controle fuzzy pode reduzir a complexidade de um projeto a um ponto em que problemas anteriormente intratáveis passam agora a ser solúveis.

2 - CONJUNTOS E LÓGICA FUZZY : FUNDAMENTOS

Nesta seção serão apresentadas as idéias básicas sobre conjuntos e lógica fuzzy visando a modelagem e o desenvolvimento de sistemas de controle. Apesar de existir uma complexa base formal sustentando seu uso na modelagem e controle de sistemas, será evidenciado aqui somente o necessário para o entendimento da teoria básica de controle fuzzy (Pedrycz, 1989; Yager et.al., 1987; Lee, 1990; Albertos, 1992).

Na teoria de conjuntos clássica, um elemento ou pertence a um conjunto ou não. Dado um universo U e um elemento particular $x \in U$, o grau de pertinência $\mu_A(x)$ com respeito a um conjunto $A \subseteq U$ é dado por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \ se \ x \in A \\ 0 \ se \ x \notin A \end{cases}$$

A função $\mu_A(x) : U \rightarrow \{0,1\}$ é chamada de função característica na teoria clássica de conjuntos. Frequentemente, uma generalização desta idéia é utilizada, por exemplo, para manipulação de dados com erros limitados. Todos os números dentro de um erro percentual terão um fator de pertinência 1, tendo todos os demais um fator de pertinência 0. (veja figura 1a). Para o caso preciso, o fator de pertinência é 1 somente no número exato, sendo 0 para todos os demais (veja figura 1b).

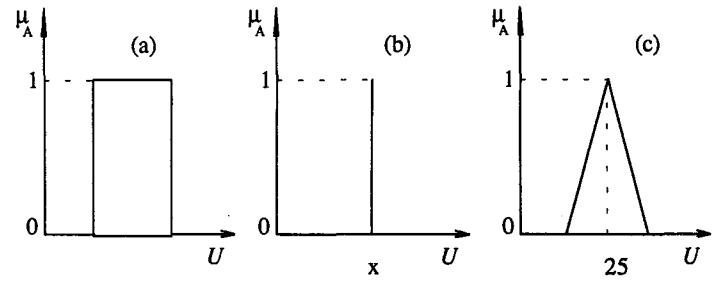


Figura 1: Funções de Pertinência

Zadeh (Zadeh, 1965) propôs uma caracterização mais ampla, na medida em que sugere que alguns elementos são mais membros de um conjunto do que outros. O fator de pertinência pode então assumir qualquer valor entre 0 e 1, sendo que o valor 0 indica uma completa exclusão e um valor 1 representa completa pertinência. Esta generalização aumenta o poder de expressão da função característica. Por exemplo, para expressar a idéia de que uma temperatura tem seu valor por volta de 25, pode-se utilizar uma função de pertinência triangular (veja figura 1c), com o pico em 25, para sugerir a idéia de que quanto mais perto o número de 25, mais ele se identifica com o conceito representado.

Formalmente, seja U uma coleção de objetos denominados genericamente por $\{u\}$. U é chamado de universo de discurso, podendo ser contínuo ou discreto. Um conjunto fuzzy A em um universo de discurso U é definido por uma função de pertinência μ_A que assume valores em um intervalo [0,1]:

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

O conjunto suporte de um conjunto fuzzy A é o sub-conjunto dos pontos u de U tal que $\mu_A(u) > 0$. Um conjunto fuzzy cujo conjunto suporte é um único ponto de U com $\mu_A = 1$ é chamado de um conjunto unitário fuzzy.

Sejam A e B dois conjuntos fuzzy em U com funções de pertinência μ_A e μ_B, respectivamente. As operações de conjuntos tais como a união ($A \cup B$), intersecção ($A \cap B$) e complemento ($\neg A$) para conjuntos fuzzy são definidas do seguinte modo:

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \, \mathcal{S} \, \mu_B(u)$$

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \, \mathcal{T} \, \mu_B(u)$$

$$\mu_{\neg A}(u) = 1 - \mu_A(u)$$

onde $\mathcal{T}$ é uma norma triangular (norma-t) e $\mathcal{S}$ é uma co-norma triangular (norma-s). Uma norma triangular é uma função $\mathcal{T} : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que, $\forall \, x, y, z, w \in [0,1]$:

(i) $x \, \mathcal{T} \, w \leq y \, \mathcal{T} \, z$, se $x \leq y, w \leq z$
(ii) $x \, \mathcal{T} \, y = y \, \mathcal{T} \, x$
(iii) $(x \, \mathcal{T} \, y) \, \mathcal{T} \, z = x \, \mathcal{T} \, (y \, \mathcal{T} \, z)$
(iv) $x \, \mathcal{T} \, 0 = 0; \quad x \, \mathcal{T} \, 1 = x$

Uma co-norma triangular é tal que $\delta : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, satisfazendo as propriedades (i) a (iii) acima e ainda

(iv) $\quad x \,\delta\, 0 = x; \quad x \,\delta\, 1 = 1$

Exemplos de normas-t incluem o mínimo ($\wedge$) e o produto algébrico (.). Como exemplo de normas-s podem ser citadados o máximo ($\vee$) e a soma limitada ($\oplus$) (Pedrycz, 1989).
Se $A_1, A_2, ..., A_n$ são conjuntos fuzzy em $U_1, U_2, ..., U_n$ respectivamente, uma relação fuzzy n-ária é um conjunto fuzzy em $U_1 \times U_2 \times ... \times U_n$, expresso da seguinte maneira:

$$R = \{ [(u_1, ..., u_n), \mu_R(u_1, ..., u_n)] \mid (u_1, ..., u_n) \in U_1 \times U_2 \times ... \times U_n \}$$

Se R e P são relações fuzzy em $U \times V$ e $V \times W$ respectivamente, a composição de R e P é uma relação denotada por Ro P definida a seguir:

$$R \circ P = \{ [(u,w), \sup_v(\mu_R(u,v) \,\mathcal{T}\, \mu_P(v,w))]; \; u \in U, v \in V, w \in W \}$$

Para expressar conceitos é muito comum o uso de elementos qualitativos ao invés de valores quantitativos. Elementos típicos incluem "mais ou menos", "alto", "não muitos", "médio", etc. Estas idéias são capturadas pela definição de variável linguística. Uma variável linguística tem por característica assumir valores dentro de um conjunto de termos linguísticos, ou seja, palavras ou frases. Assim, ao invés de assumir instâncias numéricas, uma variável linguística assume instâncias linguísticas. Por exemplo, uma variável linguística *Temperatura* poderá assumir como valor um dos membros do conjunto {*baixa, média, alta*}. Para se atribuir um significado aos termos linguísticos, associa-se cada um destes a um conjunto fuzzy definido sobre um universo de discurso comum. (veja figura 2).
A forma mais comum de expressar o conhecimento é por meio de regras do tipo *condição-ação*. Nestas, um conjunto de condições descrevendo uma parcela observável das saídas do processo é associado com uma ação de controle que irá manter ou levar o processo às condições de operação desejadas. Tipicamente, uma condição é uma proposição linguística (envolvendo variáveis linguísticas) sobre o valor de alguma das variáveis de entrada, como por exemplo *o erro é grande e positivo*. De modo análogo, uma típica ação de controle é uma descrição linguística, como por exemplo *aumente um pouco a vazão*. A idéia geral aqui é se representar o conhecimento por meio de um conjunto de regras nas quais as condições são dadas a partir de um conjunto de termos linguísticos associados às variáveis de saída/entrada do processo (que são entradas do controlador/modelo). As ações (de controle) ou as saídas (modelo) são expressadas de modo similar para cada variável de controle (saída). Regras do tipo *se-então* são frequentemente chamadas de *declarações condicionais fuzzy* ou simplesmente *regras fuzzy*. Dependendo do propósito ser controle ou modelagem, podem ser chamadas ainda de *regras de controle fuzzy* ou *regras de modelagem fuzzy*.
Uma regra fuzzy como a seguinte:

$$\text{Se } (x \text{ é } A_i \text{ e } y \text{ é } B_i) \text{ então } (z \text{ é } C_i)$$

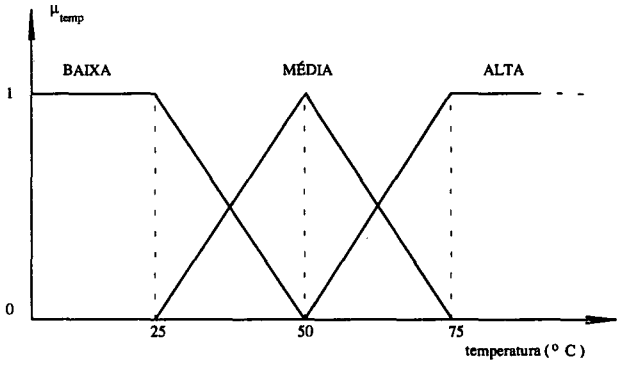


Figura 2 : Variável Linguística *Temperatura*

é interpretada como uma relação fuzzy R_i, definida da seguinte forma:

$$\mu_{R_i} \stackrel{\Delta}{=} \mu_{(A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i)}(u,v,w) = [\mu_{A_i}(u) \text{ and } \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w)$$

onde (A_i and B_i) é um conjunto fuzzy $A_i \times B_i$ em $U \times V$; R_i = (A_i and B_i) $\rightarrow C_i$ é uma relação fuzzy em $U \times V \times W$ e $\rightarrow$ denota o operador fuzzy de implicação.
Considerando regras do tipo A→B, exemplos do operador fuzzy de implicação incluem (Lee, 1990):

$$\mu_{Rc}(u,v) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(v)$$

$$\mu_{Rp}(u,v) = \mu_A(u) \,.\, \mu_B(v)$$

Em um sistema fuzzy (representando um modelo ou um controlador, por exemplo), cada regra fuzzy é representada por uma relação fuzzy. O comportamento do sistema é caracterizado pelo conjunto das relações fuzzy associadas às regras. O sistema como um todo será então representado por uma única relação fuzzy que é uma combinação de todas as relações fuzzy provenientes das diversas regras. Esta combinação envolve um operador de agregação de regras:

$$R = \text{agreg } (R_1, R_2, ..., R_i, ..., R_n)$$

Usualmente, o operador de agregação é interpretado como um operador de união (utilizando a operação *max*), embora exista uma ampla classe de operadores de agregação.
Em lógica fuzzy uma importante regra de inferência é decorrente do modus ponens generalizado:

Fato:	x é A'
Regra:	se (x é A) então (y é B)
Consequência:	y é B'

Usualmente esta regra de inferência é interpretada pela lei de inferência composicional, sugerida por Zadeh (Zadeh, 1973). Nesta abordagem, uma regra fuzzy *se x é A então y é B*, escrita resumidamente como *A→B*, é primeiramente transformada em uma relação fuzzy $R_{A \rightarrow B}$. Por exemplo:

$$\mu_{R_{A \rightarrow B}}(u,v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v)); \; u \in U, v \in V$$

onde *min* é o operador de implicação. Dado um fato *x é A'* (ou simplesmente *A'*) e uma regra *A→B*, a lei de inferência composicional de Zadeh diz que:

$$B' = A' \circ R_{A\rightarrow B}$$

$$\mu_{B'}(v) = \max_{u}\{\min(\mu_{A'}(u), \mu_{R_{A\rightarrow B}}(u,v))\}$$

Esta é a regra (lei) de inferência max-min, cuja interpretação gráfica é mostrada pela figura 3 abaixo, onde a intersecção é interpretada pela t-norma *min* e a projeção em V pelo operador *max*. Note que, em síntese, esta regra é constituida de duas etapas : interseção da extensão cilíndricasde A', $\overline{A}'$ com $R_{A\rightarrow B}$, e a projeção desta intersecção em V.

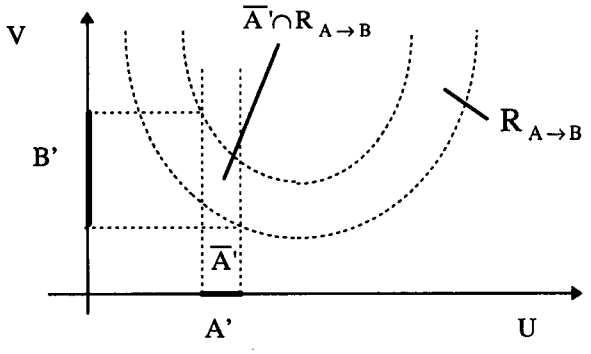


Figura 3 - Regra de Inferência Composicional

Em geral, a regra da composição é expressa por:

$$\mu_{B'}(v) = \sup_{u}\{\mu_{A'}(u) \ \mathcal{T} \ \mu_{R_{A\rightarrow B}}(u,v)\}$$

Quando mais de uma regra é acionada, as contribuições das diversas regras após a inferência são combinadas pelo operador de agregação. Por exemplo, supondo-se que $B'_1,...,B'_n$ são os resultados derivados das diversas regras acionadas, todos relacionados com a mesma variável linguística, o resultado combinado B' é:

$$B' = \bigcup_{i}^{n} B'_i$$

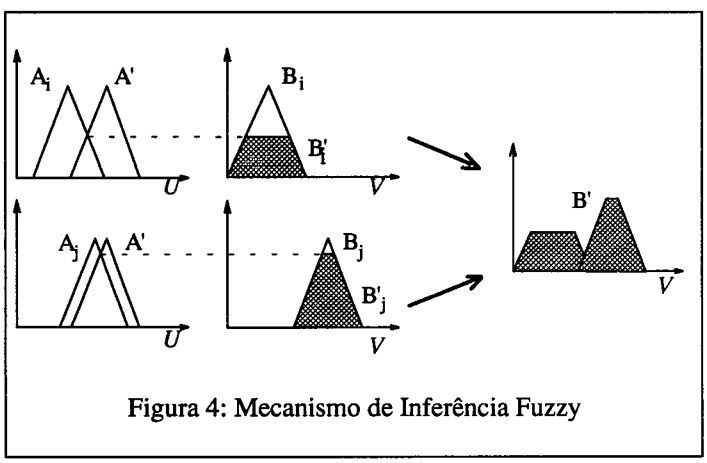


Figura 4: Mecanismo de Inferência Fuzzy

onde $\bigcup$ representa o operador agregação (união, por exemplo)

A figura 4 ilustra o processo de inferência max-min quando existem 2 regras, $A_i \rightarrow B_i$ e $A_j \rightarrow B_j$. A' é o fato de entrada, representado como um conjunto fuzzy.

3 - MODELAGEM FUZZY DE SISTEMAS E PROCESSOS

Para modelar um sistema é necessário descrever o comportamento do mesmo para, por exemplo, sua análise, simulação e/ou projeto de controladores. Para os propósitos deste artigo, consideraremos três categorias de representação de sistemas : equações matemáticas, regras fuzzy (linguísticas) e redes neurais artificiais (Yamakawa, 1993).

Equações relacionais ou diferenciais descrevem a dinâmica ou a cinética de sistemas (ou o conhecimento sobre o sistema) em uma forma muito conveniente. Se a relação entre a entrada x e a saída f(x) do sistema ou a relação entre a causa x e a resposta f(x) é obtida como mostrado na figura 5, então f(x) é descrito por:

$$f(x) = (x-3)^2$$

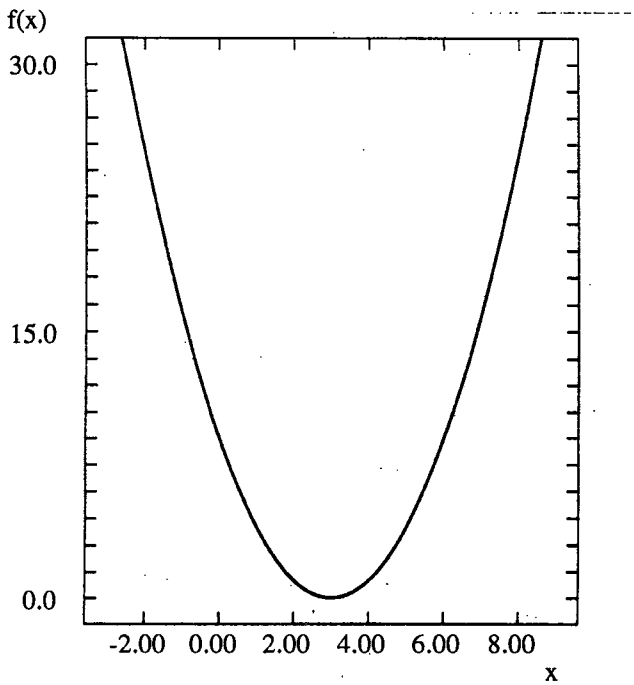


Figura 5 - Exemplo de Função f(x) descrita por Equação Matemática

A descrição de um sistema com este tipo de equação é de grande importância. É, no entanto, muito difícil de identificar a equação que descreve o sistema exatamente, especialmente em casos de sistemas complexos e com múltiplas variáveis. Em adição, é também muito difícil reescrever esta equação quando a relação entre x e f(x) varia. Portanto, esta descrição não é apropriada para a maioria de sistemas complexos tais como, sistemas não lineares e sistemas variantes no tempo. A

medida que a complexidade do sistema aumenta, a possibilidade de descrever um sistema com equações matemáticas diminui (Princípio da Incompatibilidade de Zadeh).
Uma outra abordagem consiste em descrever a relação entre x e f(x) através de regras do tipo:

$$\text{Regra i : Se x é } A_i \text{ Então f(x) é } B_i \quad , \quad i = 1,..., N$$

onde x representa a variável independente e f(x) a variável dependente, sendo A_i e B_i constantes linguísticas e N o número de dados experimentais que descreve a função. Quando A_i e B_i são constantes linguísticas com valores numéricos exatos (como nos sistemas clássicos da inteligência artificial), teríamos o seguinte, com relação ao exemplo anterior (Figura 6).

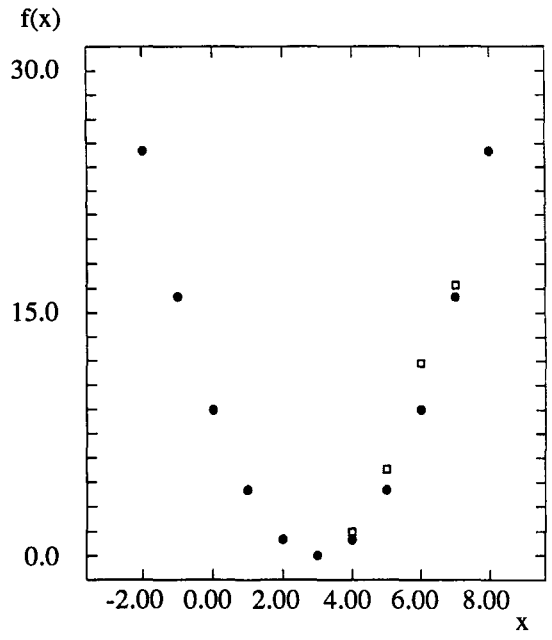


Figura 6 - Exemplo de Função f(x) descrita por Regras Linguísticas com Valores Exatos.

Regra 1	Se x é -2	Então	f(x) é 25
Regra 2	Se x é -1	Então	f(x) é 16
Regra 3	Se x é 0	Então	f(x) é 9
Regra 4	Se x é 1	Então	f(x) é 4
Regra 5	Se x é 2	Então	f(x) é 1
Regra 6	Se x é 3	Então	f(x) é 0
Regra 7	Se x é 4	Então	f(x) é 1
Regra 8	Se x é 5	Então	f(x) é 4
Regra 9	Se x é 6	Então	f(x) é 9
Regra 10	Se x é 7	Então	f(x) é 16
Regra 11	Se x é 8	Então	f(x) é 25

A vantagem desta descrição é a facilidade em mudar a descrição do sistema. Por exemplo, quando somente uma variação local é verificada (indicada por quadrados na figura 6) é necessário somente modificar os valores correspondentes dos consequentes das regras (e.g. : Regra 7 : 1 para 2; Regra 8 : 4 para 6; Regra 9 : 9 para 13; Regra 10 : 16 para 18) pois as regras são independentes umas das outras. Isto mostra que a descrições na forma de regras são apropriadas para sistemas com aprendizagem, sistemas auto-organizáveis e sistemas adaptativos. Por outro lado, existem também algumas desvantagens. Quando é dado que x=1 a conclusão obtida é f(x) = 4 a partir do casamento entre o dado x=1 com o antecedente x=1 da regra 4. Este é, essencialmente, o procedimento básico de inferência em sistemas baseados em regras da inteligência artificial clássica. Contudo, se é dado que x = 1.5 nada pode ser inferido a partir do conjunto de regras mencionado pois não existe nenhuma delas que possui um antecedente com x=1.5, exatamente. Isto mostra que os sistemas clássicos binários são pouco eficientes com relação a conhecimento impreciso, com ruído ou com variação em dados de entrada, e que é necessário uma enorme quantidade de regras (base de conhecimento) para se obter um resultado ou desempenho significativo. Consequentemente, este tipo clássico de inferência demanda tempo devido a necessidade de se verificar o casamento entre um dado e uma base de regras (em geral muito grande). Em adição, este mecanismo de inferência não é apropriado para manusear possíveis regras contraditórias existentes pois, caso contrário, poderia produzir conclusões também contraditórias a partir de um mesmo dado. Estas desvantagens estão também presentes nos sistemas clássicos de inteligência artificial, baseados somente no processamento simbólico, mas não no processamento do significado dos termos linguísticos. Alternativamente, poderíamos utilizar regras do mesmo tipo anterior, mas interpretando-as como regras fuzzy. Neste caso A_i e B_i seriam termos linguísticos associados à variável x, cada um destes termos associado a um conjunto fuzzy a fim de se estabelecer seu significado.
Assim, poderíamos descrever a relação entre x e f(x) por :

Regra 1 : Se x está no entorno de -2
Então f(x) está no entorno de 25
Regra 2 : Se x está no entorno de -1
Então f(x) está no entorno de 16
...
Regra 11: Se x está no entorno de 8
Então f(x) está no entorno de 25

Neste caso, a relação precisa entre x e f(x) da figura 6 é fuzzyficada, tornando-a contínua como mostrado pela figura 7. Esta relação fuzzy fornece valores razoáveis para qualquer dado no universo de interesse, e.g. : x=-1.5; x=3.2; x=4.3, etc... através do mecanismo (regra) de inferência fuzzy e defuzzyficação. Em outras palavras, inferência fuzzy e defuzzyficação proporcionam uma forma razoável e simples de interpolação, com muito menos dados e dados inexatos. Sob este ponto de vista, a inferência fuzzy exibe um comportamento similar àquele descrito por funções matemáticas. Ainda mais, é muito mais fácil re-elaborar regras fuzzy do que equações matemáticas quando as características do sistema ou processo são variantes. Em geral, neste caso, somente umas poucas regras são adicionadas ou revisadas independentemente das outras regras. Em contraste, no caso de equações matemáticas vários parâmetros dever ser re-avaliados simultaneamente, e.g. ordem, coeficientes, etc ...
Logo, as características principais da modelagem fuzzy de sistemas e processos podem ser resumidas em:

1 - É apropriada para descrever sistemas complicados com uma razoável quantidade de conhecimento;

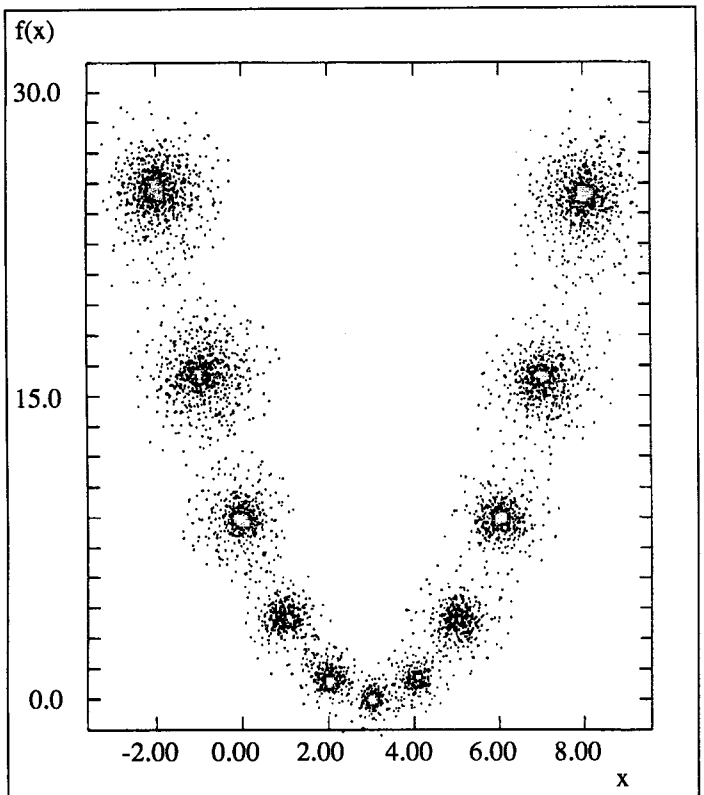


Figura 7 - Exemplo de Função f(x) descrita por Regras Linguísticas Fuzzy

2 - É fácil selecionar as variáveis linguísticas e os correspondentes valores a serem usados nas regras fuzzy entre uma categoria relativamente pequena de palavras;
3 - A memorização do conhecimento é mais simples;
4 - Permite uma maior facilidade na comunicação dos modelos com projetistas e analistas devido ao uso da linguagem natural.

Note que, enquanto a inferência baseada na regra de inferência modus ponens nos sistemas clássicos de inteligência artificial é baseada somente em processamento simbólico, a inferência fuzzy (raciocínio aproximado) é baseada tanto no processamento simbólico quanto no processamento do significado.

Regras linguísticas (fuzzy ou não) podem representar um conhecimento explicitamente e este ser usado também explicitamente para inferência. Redes neurais artificiais, ao contrário, representam tanto o conhecimento quanto a inferência implicitamente. Portanto regras linguísticas representam conhecimento estruturado enquanto que as redes neurais representam, em geral, conhecimento não estruturado. Existem, no entanto, classes de redes neurais fuzzy que permitem a deteção do conhecimento e então sua estrutura (Figueiredo et.al., 1993).

Finalmente, outra alternativa para modelagem (e também controle) de sistemas complexos consiste em descrevê-lo por um conjunto de parâmetros, cujo exemplo típico são as redes neurais artificiais clássicas (Hecht-Nielsen, 1990). Uma rede neural é composta por um número de elementos simples interconectados, cada elemento realizando uma operação de agregação a partir de um modelo de um neurônio físico. Quando w_{ij} (i = 1, ..., n) é o peso atribuído ao sinal de entrada p_i para o j-ésimo neurônio e θ_j e q_j são um limiar e o sinal de saída do j-ésimo neurônio, respectivamente, o sinal de saída é tipicamente dado por :

$$q_j = h\left(\sum_i w_{ij} \cdot p_i - \theta_j\right)$$

onde h é em geral uma função de agregação sigmoidal, e.g. :

$$h(x) = \left[1 + \exp(-x)\right]^{-1}$$

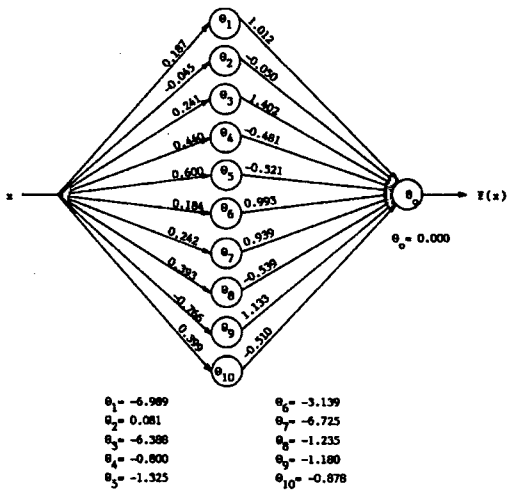


Figura 8 - Rede Neural para a Descrição da Função f(x)

Utilizando-se deste modelo de neurônio, a relação existente entre x e f(x) pode ser caracterizada pela rede neural como mostrado na figura 8,onde tanto os pesos wij quanto os limiares θj foram obtidos após inúmeras iterações de aprendizado utilizando-se dos algoritmos clássicos de propagação retroativa (backpropagation). Os dados utilizados foram aqueles correspondentes às 11 regras com termos linguísticos constantes apresentados anteriormente. Como pode ser verificado pela figura 9 a rede neural é capaz de realizar interpolações de forma similar ao caso da inferência fuzzy. Contudo é em geral muito difícil de entender, apenas pela observação do conjunto de parâmetros, como a rede neural se comporta. Em adição, existem problemas na determinação da topologia mais apropriada para o problema em questão (número de neurônios, camadas intermediárias, recursividade ou não-recursividade, etc...); bem como problemas de convergência durante o processo de aprendizagem. Se o sistema está sujeito a variações em seu comportamento, nova aprendizagem deve, em geral, ser executada para se obter um novo conjunto de pesos e limiares correspondentes e muitas vezes os resultados não são razoáveis. Isto é, existe uma maior dificuldade em projetar sistemas para fins de modelagem (e controle) com redes neurais do que com sistemas fuzzy. Esta é uma das razões pela qual os sistemas fuzzy tem sido mais populares na solução de problemas práticos do que as redes neurais. No entanto,

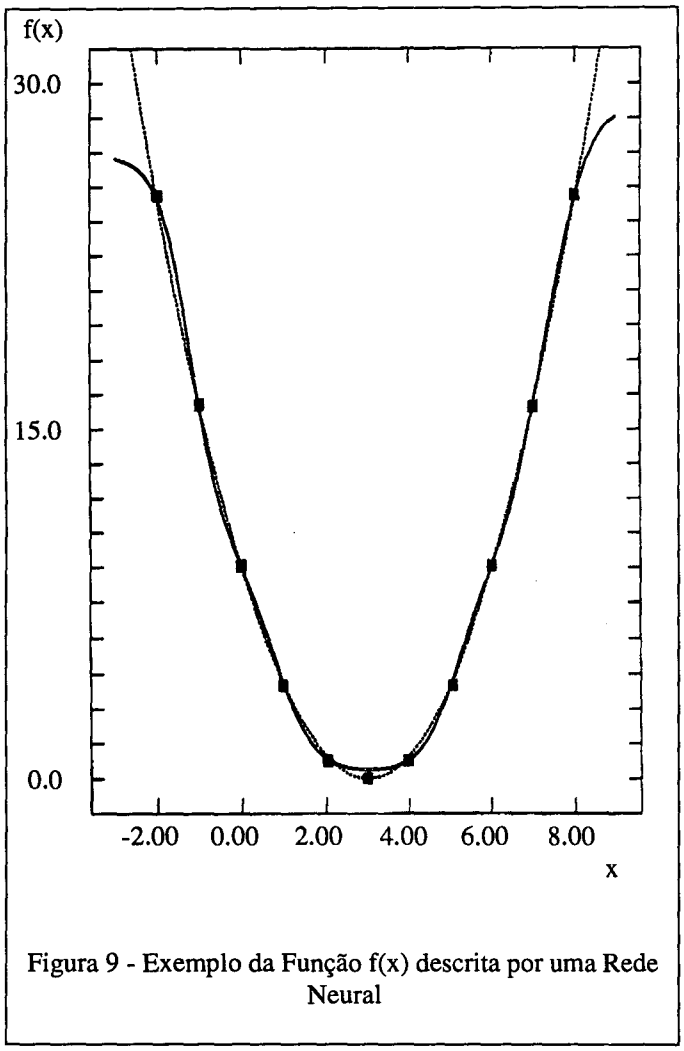


Figura 9 - Exemplo da Função f(x) descrita por uma Rede Neural

pesquisa recente vem gerando classes de sistemas neuro-fuzzy, onde as limitações e vantagens de ambas as abordagens são tratadas de forma a criar sistemas mais eficientes tanto do ponto de vista da solução de problemas, quanto da questão de análise e projeto dos mesmos (Pedrycz, 1992; Gomide & Rocha, 1992-b; Gomide & Rocha, 1992-c; Figueiredo et.al. 1993). Devido a limitações de espaço, este assunto (esperamos) deverá ser objeto de um artigo no futuro.

Como vimos, a representação de conhecimento por meio de regras fuzzy pode ser utilizada, também, para se modelar um processo do ponto de vista de seu conhecimento qualitativo e quantitativo.

Para concluir esta seção, apresenta-se um procedimento para a modelagem de processos. A princípio, é necessário algum conhecimento a priori do comportamento do processo. Caso este conhecimento não esteja disponível, alguns experimentos poderão fornecer um mínimo de conhecimento de modo a dar prosseguimento ao procedimento de modelagem.

Inicialmente é necessário definir quais são as variáveis físicas a serem consideradas. A partir daí, é necessário decidir:

- O número de variáveis linguísticas (V.L.)
- Os termos linguísticos utilizados para as V.L.
- Os parâmetros associados às regras

A seguir é necessário escrever um conjunto de regras que descrevam o comportamento do processo (por exemplo, a variação de uma variável observável relacionada com a saída do processo) em função das variáveis linguísticas que provocam a modificação do comportamento. As funções de pertinência são constituídas e o conjunto de regras processado, para os valores definidos das variáveis envolvidas. O modelo é testado para verificar sua fidelidade ao processo real ou não. Caso a resposta proporcionada pelo modelo não corresponda àquela do processo real, modificações no número de regras, número de antecedentes e consequentes, nas funções de pertinência e parâmetros do modelo devem ser efetuadas. Uma metodologia baseada em dados experimentais e no cálculo de relações fuzzy é descrito em (Pedrycz, 1989). Técnicas de aprendizagem baseadas em redes neuro-fuzzy e algoritmos genéticos vem sendo também frequentemente utilizadas como instrumentos de projeto automático de regras e funções de pertinência (Takagi, 1993 ; Oliveira et.al. 1994).

4 - SISTEMAS DE CONTROLE FUZZY

A idéia básica em controle fuzzy é modelar as ações a partir de conhecimento especialista, ao invés de, necessariamente, modelar o processo em si. Isso nos leva a uma abordagem diferente dos métodos convencionais de controle de processos, onde os mesmos são desenvolvidos via modelagem matemática dos processos de modo a derivar as ações de controle como função do estado do processo. A motivação para esta nova abordagem veio de casos onde o conhecimento especialista de controle era disponível, seja por meio de operadores ou de projetistas, e os modelos matemáticos envolvidos eram muito custosos, ou muito complicados para serem desenvolvidos.

A estrutura de um processo controlado por um controlador fuzzy é mostrada na figura 10, enfatizando-se seus componentes básicos: a interface de fuzzyficação, a base de conhecimento, a base de dados, o procedimento de inferência e a interface de defuzzyficação.

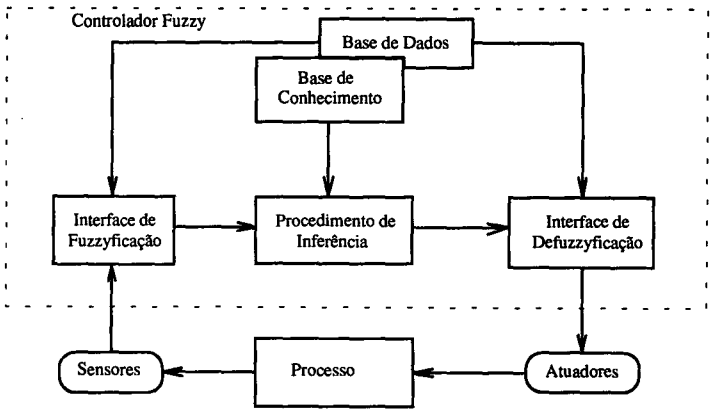


Figura 10 : Estrutura Básica de um Controlador Fuzzy

A *interface de fuzzyficação* toma os valores das variáveis de entrada, faz um escalonamento para condicionar os valores a universos de discurso normalizados e fuzzyfica os valores, transformando números em conjuntos fuzzy, de modo que possam se tornar instâncias de variáveis linguísticas. A *base de conhecimento* consiste de uma base de regras, caracterizando a estratégia de controle e suas metas. A *base de*

dados armazena as definições necessárias sobre discretizações e normalizações dos universos de discurso, as partições fuzzy dos espaços de entrada e saída e as definições das funções de pertinência. O *procedimento de inferência* processa os dados fuzzy de entrada, junto com as regras, de modo a inferir as ações de controle fuzzy, aplicando o operador de implicação fuzzy e as regras de inferência da lógica fuzzy. A *interface de defuzzyficação* transforma as ações de controle fuzzy inferidas em ações de controle não-fuzzy. Em seguida, efetua um escalamento, de modo a compatibilizar os valores normalizados vindos do passo anterior com os valores dos universos de discurso reais das variáveis.

Após a inferência da ação de controle fuzzy, é necessária a determinação de uma ação de controle não fuzzy que melhor represente a decisão fuzzy, para ser efetivamente enviada ao controle. Apesar de não haver nenhum procedimento sistemático para a escolha da estratégia de defuzzyficação, as mais comuns incluem: o critério do máximo (MAX), que escolhe o ponto onde a função inferida tem seu máximo, a média dos máximos (MDM), que representa o valor médio dentre todos pontos de máximo quando existe mais de um máximo, e o método do centro de área (CDA), que retorna o centro de área da função inferida (figura 11).

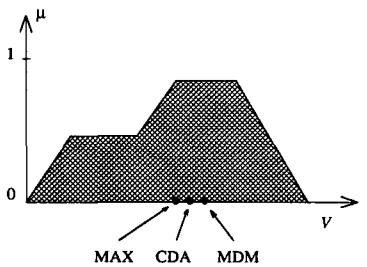


Figura 11 - Métodos de Defuzzyficação

$$\mathbf{CDA} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \mu_{B'}(v_k).v_k}{\sum_{k=1}^{n} \mu_{B'}(v_k)} \qquad \mathbf{MOM} = \sum_{k=1}^{l} \frac{v_k^{\uparrow}}{l}$$

onde

$$v_k^{\uparrow} \in V^{\uparrow} \subseteq V,\ V^{\uparrow} = \left\{ v_k^{\uparrow} \mid \mu_{B'}(v_k^{\uparrow}) = \max_j \left(\mu_{B'}(v_j)\right), v_j \in V \right\},$$

l é o número de elementos de $V^{\uparrow}$ (discretização de $V^{\uparrow}$) e n é a discretização de V

5 - PARÂMETROS, SINTONIZAÇÃO E MONITORAÇÃO DE CONTROLADORES FUZZY

Durante o projeto de controladores fuzzy, é necessária a definição de alguns parâmetros. Estes parâmetros são definidos a partir da experiência do projetista ou através de experimentos. Dado um processo, alguns dos parâmetros são fixos, dentro das condições normais de operação, sendo que outros precisam ser alterados de tempos em tempos. Os parâmetros fixos são chamados de parâmetros estruturais e os variáveis são chamados de parâmetros de sintonização:

- Parâmetros estruturais
  - -Número de variáveis de saída
  - -Número de variáveis de entrada
  - -Recursos de operação sobre os dados de entrada (somas, multiplicações, etc)
  - -Variáveis linguísticas
  - -Funções de pertinência parametrizadas
  - -Intervalos de discretização e normalização
  - -Estrutura da base de regras
  - -Conjunto básico de regras

- Parâmetros de Sintonização
  - -Universo de discurso das variáveis
  - -Parâmetros das funções de pertinência, tais como altura, largura ou conjunto suporte
  - -ganhos e offset das entradas e saídas

Certas propriedades da base de regras precisam ser testadas, dentre elas: a completude, consistência, interação e robustez. Esta última está relacionada com a sensitividade do controle diante de algum comportamento anômalo não modelado ou ruído. Um método possível para se medir a robustez consiste em introduzir um ruído aleatório com média e variância conhecidas e observar-se a alteração dos valores das variáveis de saída.

Além destas, diversas outras decisões precisam ser tomadas, como por exemplo a especificação dos operadores para implementar o casamento (*matching*), dos conectivos *e* (*and*) e *implicação*, do operador para implementar a agregação das diversas regras e o método de defuzzyficação.

Em seguida, passa-se à etapa de sintonização do controlador. A sintonização é uma das etapas mais custosas do projeto de um controlador fuzzy. A grande flexibilidade que decorre da existência de muitos parâmetros exige um grande esforço do projetista de modo a obter o melhor desempenho do controlador. Alguns dos parâmetros podem ser alterados por mecanismos automáticos de adaptação e aprendizado. Entretanto, tais mecanismos não estão ainda bem estabelecidos na teoria de controle fuzzy, de modo que normalmente é tarefa do projetista o treinamento e a sintonização da maioria dos parâmetros envolvidos. Esta sintonização é feita por meio de busca, o que caracteriza uma atividade típica em IA. Um grande esforço tem sido devotado a esta questão na teoria clássica de controle. Recentemente, em (Ollero et.al. 1991), apresentou-se uma nova estratégia de projeto, envolvendo características de aprendizado. De acordo com o conhecimento que se tem sobre o processo a ser controlado, a técnica de projeto do controlador será mais ou menos elaborada. Tendo-se pouco conhecimento sobre o processo, deve-se adotar um projeto mais conservador, de modo a evitar um mau comportamento do controlador.

É necessário que alguns cuidados sejam observados pelo projetista. Em primeiro lugar, deve-se verificar-se se é realmente necessário o uso de um controlador fuzzy para controlar o processo. Caso o processo possa ser controlado por um controlador convencional simples, sem grandes transtornos, este poderá constituir uma boa solução. Se este não é o caso, e controladores convencionais não são apropriados devido a complexidades do processo, deve-se considerar o uso dos controladores fuzzy. Mesmo com pouco

conhecimento sobre o processo, pode-se considerar o uso de um controlador fuzzy para controlá-lo. A seguir, tem-se uma proposta de metodologia de projeto, baseada nas abordagens clássicas de sintonização experimental:

- Inicie com um controlador simples, como por exemplo um que simule um controlador proporcional com:

  -ganho reduzido
  -as variáveis mais relevantes
  -baixo número de variáveis linguísticas
  -funções de pertinência não discriminantes

Aumente o ganho até que se verifiquem respostas indesejadas.

- Adicione conhecimento de acordo com a experiência que vai se adquirindo do processo

  -procure por novas variáveis linguísticas ou variáveis físicas, para evitar dificuldades de controle
  -modifique as funções de pertinência e os parâmetros do controlador fuzzy
  -adicione novos componentes ou modifique a estrutura de controle

- Valide a coerência do novo conhecimento incorporado modificando as condições de operação.

Para obter um desenvolvimento satisfatório do projeto, é necessária uma interface homem-máquina poderosa, que permita uma rápida modificação nos parâmetros utilizados, o que normalmente pode ser encontrado em pacotes integrados. Tais pacotes incluem editores para as regras, funções de pertinência e outros parâmetros, recursos gráficos e um módulo depurador, para permitir o acompanhamento do processo de inferência e a monitoração das variáveis do processo. Tais recursos possibilitam uma grande interação com o projetista
Outro recurso extremamente valioso é a existência de um módulo supervisor que possa processar alguns índices de desempenho, além dos convencionais. Por exemplo, se uma entrada do tipo degrau é aplicada a alguma entrada, alguns índices de desempenho tais como o *overshoot*, o tempo de resposta ou o erro em regime permanente podem ser calculados. Através da análise sequenciada das amostras no tempo, pode-se detectar oscilações, desvios lentos ou algum tipo de comportamento inadequado mais raro, resposta dúbia, etc.
Os módulos supervisores podem também se encarregar de tomar algumas ações, tais como:

- **Mudanças em parâmetros** : Neste caso, uma mudança lenta e progressiva é recomendada

- **Desconsideração ou adição de regras** : Caso sejam pouco utilizadas, algumas regras poderão ser removidas. Algum tipo de indicador poderá recomendar que uma nova regra seja adicionada. Por exemplo, para reduzir erros estáticos, regras que utilizem termos concentrados em menores universos de discurso podem ser adicionadas, aumentando o ganho estático. Neste caso, o teste das ações irá comfirmar a modificação ou recomendar o retorno ao conjunto de regras anterior.

- **Mudanças em variáveis** : Funções de pertinência não discriminantes poderão recomendar a desconsideração de alguns antecedentes em regras pré-estabelecidas. Um comportamento insatisfatório poderá indicar a consideração de novas variáveis.

Como anteriormente, o procedimento de verificação e teste irá confirmar se as ações de controle são aceitáveis, tendo em vista as especificações a serem atingidas.

6 - HARDWARE E SOFTWARE

O primeiro chip a implementar a lógica fuzzy foi desenvolvido por Togai e Watanabe nos laboratórios da AT&T em 1985. Este chip implementava uma máquina de inferência fuzzy capaz de processar 16 regras em paralelo. Além de uma memória para armazenar o conjunto de regras, implementava uma unidade de processamento de inferência, um controlador, e interfaces de entrada e saída. Em uma versão mais recente, a memória foi implementada por uma memória RAM estática, de modo que fosse possível efetuar mudanças dinâmicas no conjunto de regras. A unidade de processamento de inferência foi baseada na regra composicional de inferência "max-min". Em testes de desempenho mostrou-se que o chip realizava 250.000 FLIPS (inferências de lógica fuzzy por segundo) com um relógio de 16 MHz. Posteriormente um acelerador para operações em lógica fuzzy foi desenvolvido baseado no chip anterior. Em março de 1989, o Centro de Microeletrônica da Carolina do Norte completou com sucesso a fabricação de outra versão do chip, projetada por Watanabe, com 608.000 transistores, capaz de realizar 580.000 FLIPS.
Um controlador fuzzy de alto desempenho foi proposto por Yamakawa (1986). Composto por uma plataforma de 15 regras de controle e uma interface de saída implementando um defuzzyficador pelo método do centro de área, ele manipula regras fuzzy utilizando os termos linguísticos NL (alto e negativo), NM (médio e negativo), NS (baixo e negativo), ZR (zero), PS (baixo e positivo), PM (médio e positivo) e PL (alto e positivo). Sua velocidade operacional é de 10 MFLIPS (mega FLIPS). O sistema foi testado em uma aplicação cujo objetivo é o de estabilizar um pêndulo invertido montado sobre um veículo. Pêndulos duplos com diferentes parâmetros foram também controlados. O controlador foi integrado em um chip com 40 pinos.
Yamakawa e Miki também implementaram 9 funções de uso geral em lógica fuzzy, utilizando-se o processo CMOS convencional, com um circuito em modo corrente. Posteriormente uma versão preliminar de um computador fuzzy foi proposta por Yamakawa, tendo sido implementada pela Omron. Este computador constituía-se de uma memória, um conjunto de máquinas de inferência, um bloco de operadores de máximo, um defuzzyficador e uma unidade de controle. A memória fuzzy armazena a informação fuzzy, contida nas funções de pertinência.. Inclui uma RAM binária, um registrador e um gerador de funções de pertinência (GFP). Este, por sua vez, consiste de uma PROM, um array de transistores e um decodificador. Cada termo linguístico é representado por um código binário, armazenado na RAM

binária. As funções de pertinência correspondentes são geradas pelo GFP de acordo com estes códigos binários. A máquina de inferência aplica operações de máximos e mínimos, implementados por portas fuzzy em configuração emissor-acoplado, com circuitos em modo- tensão. As entradas são representadas por tensões analógicas nos barramentos, alimentando cada máquina de inferência em paralelo. Os resultados inferidos pelas regras são agregados pelo bloco de máximos. A saída é feita por meio de tensões analógicas.
Implementando um controlador fuzzy, o computador fuzzy é capaz de processar 10 MFLIPS. Este foi um grande passo não somente em termos de uma aplicação industrial, mas em termos de processamento de conhecimento, de um modo geral.
Mais recentemente, a Neuralogix (1991) anunciou o micro-controlador fuzy NLX230, uma máquina de inferência VLSI configurável baseada no esquema de inferência MAX-MIN. O chip possui 16 interfaces de fuzzyficação, uma rede neural para comparações de mínimos, um comparador de máximos, memória de regras, registradores e circuitos de controle e sincronização. Apropriadamente programado, pode executar 30 MFLIPS.
Oki também desenvolveu um chip VLSI para inferência em lógica fuzzy, em um PGA cerâmico de 132 pinos. Sua arquitetura é baseada em estruturas do tipo "pipeline". Realiza 7.5 MFLIPS com no máximo 960 regras. Possui todos os circuitos necessários para uma inferência fuzzy: buffer de entrada, memória para regras e funções de pertinência, interface de fuzzyficação, circuitos MAX-MIN, defuzzyficador e registradores de saída.
A Omron desenvolveu um dos primeiros controladores fuzzy. Atualmente, anunciou uma nova geração de processadores fuzzy digitais, a família FP3000. Dotada de uma máquina de inferência de alta velocidade, processa em 650 μs, com relógio de 24 MHz, um total de 20 regras com 5 antecedentes e 2 consequentes cada, fornecendo além disso diversos outros recursos e interfaces.
Do ponto de vista de suporte de software, um grande número de ambientes de desenvolvimento encontra-se hoje disponível no mercado. A maioria deles implementa recursos para edição de funções de pertinência, com suporte gráfico, linguagens dedicadas para descrição de regras, pré-compiladores para uma vasta gama de processadores e micro-controladores e geração de código automática para linguagens de alto nível, C por exemplo. Exemplos incluem o Togai Til Shell, da Togai Infralogic, o Cubicalc da Hyperlogic, o Manifold Editor da Fuzzy Systems Engineering, o ambiente integrado da fuzzyTECH, as ferramentas de desevolvimento FIDE da Aptronix, e a da Omrom, além do sistema de controle fuzzy da Meiden e o SDAF da HI Tecnologia. Muitos destes possibilitam a escolha de diferentes procedimentos de inferência, bem como diferentes métodos de defuzzyficação e capacidade de aprendizado.

7 - EXEMPLO DE UMA FERRAMENTA DE DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, será apresentado o exemplo de uma ferramenta de desenvolvimento, utilizada para o projeto, implementação e teste de controladores fuzzy. Esta ferramenta foi apresentada em (Gudwin et.al. 1991), descrevendo seus módulos básicos, sendo colocada aqui a título de ilustração.

O SDAF (Sistema de Desenvolvimento de Aplicações Fuzzy) foi concebido como um sistema de suporte ao desenvolvimento de aplicações que utilizem a lógica fuzzy como método de construção de controladores. Uma linguagem foi implementada para que a construção de controladores seja realizada a partir de uma especificação na forma mais próxima possível da linguagem natural, viabilizando que um especialista descreva seu conhecimento de uma maneira bem amigável. Esta linguagem incorpora as inovações possibilitadas pelo uso da lógica fuzzy como instrumento, que é o uso de termos vagos e imprecisos representando conceitos. A representação e manipulação de termos deste tipo é o que diferencia basicamente o SDAF de outros *shells* para sistemas especialistas.

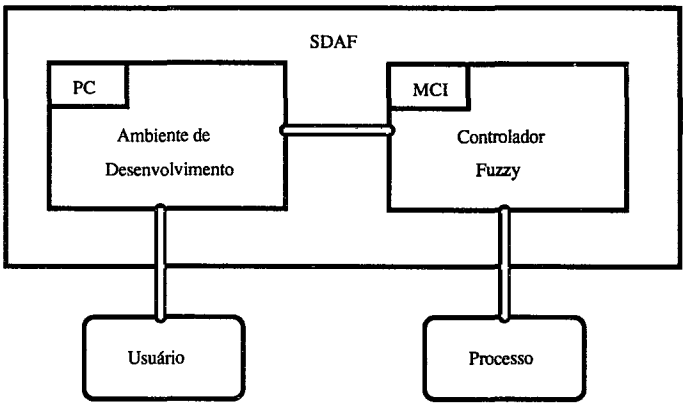


Figura 12- Componentes do SDAF

A configuração do SDAF é a de uma plataforma de desenvolvimento. Estando a base de conhecimento devidamente concluída, a mesma pode ser armazenada em uma EPROM, e um conjunto interpretador/base de conhecimento ser implementado em um hardware mais apropriado para a aplicação alvo.
O SDAF é constituído basicamente por dois módulos de hardware interconectados, operando em equipamentos distintos, e ligados ao processo a ser controlado (aplicação). São os seguintes (figura 12):

- Ambiente de Desenvolvimento - PC
- Controlador Fuzzy - Microcontrolador Industrial

7.1 - Módulo do Ambiente de Desenvolvimento:

Este módulo foi projetado para operar em microcomputadores do tipo IBM/PC-XT/AT/386/486, sob sistemas operacionais compatíveis com o MS-DOS. Possui uma interface homem-máquina amigável, dotada de recursos gráficos, menus, janelas de entrada de dados, *help* sensível a contexto, operação com ou sem *mouse*, etc.
O objetivo deste módulo é permitir a integração entre o projetista e o hardware do controlador fuzzy, oferecendo uma interface homem-máquina altamente amigável. Provê, dentre outros, os seguintes recursos:

- Linguagem de Representação de Conhecimento utilizando regras fuzzy;
- Editor de funções de pertinência;

- Gerador de Código para o Controlador Fuzzy;
- Mecanismos para programação dos canais de comunicação com o processo;
- Operação remota do controlador Fuzzy;
- Depurador simbólico On line;

7 .2 - Módulo do Controlador Fuzzy:

Este módulo foi implementado sob uma plataforma de hardware baseada no micro-controlador industrial MCI da HI Tecnologia. A implementação deste módulo em uma outra máquina decorre da necessidade de conexão física com o processo a ser controlado. O módulo do controlador fuzzy deve suprir todos os recursos necessários para a integração com um processo real, tais como, entradas e saídas analógicas/digitais, interface com o operador e rede local de comunicação.
Opcionalmente, este módulo dispõe de uma interface de operação local, permitindo ao usuário comandar a execução do programa localmente. Existem comandos para ativar, suspender, executar passo a passo as regras, medir o tempo que o processador necessita para executar as instruções, etc.

7 .3 - Desenvolvimento de Projetos

O desenvolvimento de sistemas de controle baseados em lógica fuzzy no SDAF, é um processo interativo, composto das seguintes etapas:

- Identificação das variáveis de entrada/saída do processo;
- Definição das partições de cada variável linguística do sistema;
- Edição da Base de Regras Fuzzy;
- Compilação da Base de Regras;
- Edição das funções de pertinência associadas a cada termo linguístico previamente definido;
- Transferência da Base de Conhecimento do ambiente de desenvolvimento para o controlador fuzzy;
- Execução/Depuração da Base de Conhecimento;
- Análise de Desempenho do sistema;
- Alteração nas regras da base e/ou funções de pertinência, para estruturação e sintonização.

Para facilitar a programação, o SDAF permite que as variáveis linguísticas de entrada/saída do sistema, sejam convenientemente escaladas no *range* equivalente ao do sensor, na unidade de engenharia correspondente.

7 .4 - O Editor de Funções

O SDAF dispõe de um editor gráfico que permite a edição/manipulação das funções de pertinência. As funções mais usuais, tais como, função sigmóide, triangular e gaussiana, são geradas por meio de seus parâmetros. Outras funções podem ser geradas através de técnicas de interpolação, via gráficos ou tabelas.
Uma vez definida a base de regras fuzzy, o SDAF gera, durante a compilação, um arquivo referente à base de funções, citando todos os termos linguísticos utilizados, que devem ser configurados pelo usuário. Assim, para cada termo linguístico, o usuário deverá associar uma função de pertinência, definida sobre o universo de discurso da variável linguística envolvida (figura 13).

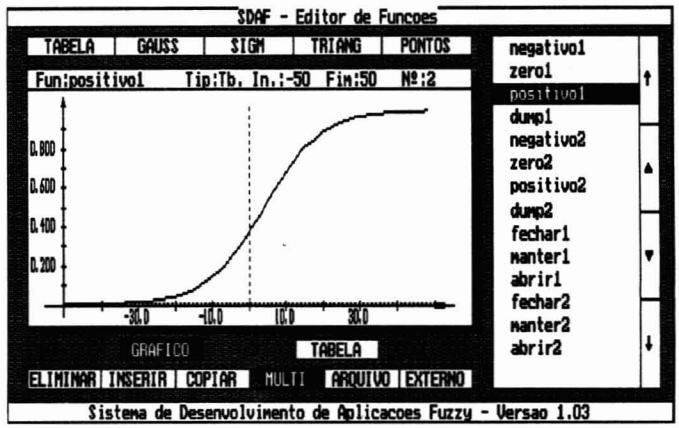


Figura 13 - Editor de Funções de Pertinência

7 .5 - A Linguagem LEARN

O ponto chave para a compreensão do SDAF é o método de representação de conhecimento utilizado pelo sistema. Para tal, desenvolveu-se a linguagem LEARN - Linguagem de Especificação de Aplicações mediante Regras Nebulosas, utilizada pelo sistema para a implementação das bases de regras fuzzy. Esta linguagem foi especialmente concebida para ser utilizada dentro do contexto deste sistema.
A declaração das variáveis linguísticas segue a seguinte sintaxe:

VAR Nome_Var [Universo_Discurso] =
{Conjunto_Termos_Linguísticos } ;

A sintaxe das regras fuzzy na linguagem LEARN segue a seguinte forma:

SE Condição_1 E Condição_2 ... ENTAO Ação;

As condições são expressões simples do tipo:

Var_i == Termo_Linguístico_j

E as ações:

Var_i = Termo_Linguístico_j

onde Var_i corresponde a uma variável linguística e Termo_Linguístico_j deve ser um dos termos linguísticos definidos na partição de Var_i.
Um exemplo simples de uma de base de regras constituida a partir da linguagem LEARN pode ser visto na listagem 1.

7 .6 - Tipos de Variáveis

As variáveis do sistema foram inicialmente concebidas para suportar aplicações de controle em tempo real, e por isso podem ser dos seguintes tipos:

1) Variáveis Analógicas : São variáveis numéricas de uso geral, podendo ser de entrada, de saída ou internas. Estão

associadas implicitamente a variáveis linguísticas, ou seja, as medidas numéricas colhidas pelo conversor A/D são mapeadas no universo de termos linguísticos da variável (variáveis de entrada) ou então têm seus valores inferidos em termos linguísticos mapeados em termos numéricos que são enviados ao conversor D/A (variáveis de saída).

2) Variáveis Digitais : São variáveis lógicas de uso geral. Também podem ser de entrada, de saída ou internas. Estas variáveis são utilizadas para definir estados lógicos. Assume-se para o nível lógico 0 (*low*) o termo linguístico FALSO, e para o nível lógico 1 (*high*) o termo linguístico VERDADEIRO. Nas regras, as variáveis digitais são utilizadas de modo similar ao das variáveis analógicas, com a devida restrição nos termos linguísticos utilizados.

3) Timers Analógicos : São variáveis numéricas internas do sistema que possuem a característica adicional de serem atualizadas automaticamente pelo sistema, à medida que o tempo passa. Funcionam em sincronismo com o relógio de tempo real do sistema. Com este tipo de variável, é possível quantificar-se porções de tempo de definição vaga, como por exemplo "um pouco", "bastante", etc. Os timers analógicos são então ao mesmo tempo variáveis de entrada e de saída. Quando utilizados nos antecedentes das regras, avalia-se a temporização atual do timer frente aos termos linguísticos definidos. Quando utilizadas no consequente das regras, reinicializa-se o período de temporização (também em termos vagos).

4) Timers Digitais : São variáveis lógicas associadas a temporizadores do sistema. Ao contrário dos timers analógicos, onde deseja-se manipular um tempo definido de modo vago, os timers digitais fazem um controle bem definido do tempo transcorrido. Ao ser acionado um consequente que contenha um timer digital, a temporização do mesmo é reinicializada com o perído definido na regra. A partir desta, qualquer avaliação nos antecedentes das regras surtirá um valor linguístico "tempo não expirado", até que o perído de temporização se esgote, quando então a avaliação do antecedente resultará "tempo expirado". Este tipo de variáveis é util quando se deseja o controle exato de algum tipo de temporização, como em sequenciamento de eventos, etc.

7.7 - Desenvolvimento de Aplicações - O Depurador

A construção de uma base de conhecimento é normalmente um processo incremental, onde o conhecimento vai sendo levantado junto ao especialista, ou pelo projetista, em etapas. A cada etapa, um novo conjunto de regras é acrescentado à base, e o projetista do sistema, junto com o especialista, deve verificar a consistência destas regras, validando o comportamento do sistema.
Uma das técnicas na elaboração de uma base de conhecimento, que facilita a própria elicitação do mesmo e proporciona um incremento no desenpenho computacional do sistema, em ambientes de tempo real, é a utilização de bases de regras estruturadas, ou modularizadas. O SDAF permite a construção de bases de regras deste tipo por meio da definição de grupos. Cada grupo deve conter portanto, uma pequena parte do conhecimento, relativa a uma determinada especialização do

```
VAR
   ANALOGICA Erro[0,100] = { Negativo, Zero, Positivo } ;
   ANALOGICA Valvula[0,200]={Diminui, Mantem,
                                    Aumenta } ;
ENTRADA Erro;
SAIDA Valvula;
REGRAS
GRUPO Principal
{
   SE Erro==Negativo ENTAO Valvula=Aumenta;
   SE Erro == Zero ENTAO Valvula = Mantem;
   SE Erro == Positivo ENTAO Valvula = Diminui;
}
FimGrupo
FimRegras
```

Listagem 1 : Exemplo de Programa na Linguagem LEARN

mesmo, utilizando um mecanismo conhecido como foco de atenção. Um dos grupos, normalmente o grupo principal, deve conter o meta-conhecimento, ou seja, o conhecimento do conteúdo dos diversos grupos, e de quando acessá-los. O SDAF permite que este acesso seja feito de duas maneiras. A primeira delas, é a execução uma única vez de um determinado grupo, processada pelo comando EXECUTA. Este tipo de acesso é feito quando se deseja apenas uma aplicação de um procedimento, de modo semelhante a uma chamada de função em programação convencional. O segundo modo de se acessar um grupo é por meio do comando CHAVEIA, quando sob determinadas condições levantadas pelo grupo, determine-se que aquele grupo já não é mais o adequado a ser processado, e com isso se deseja efetivamente chavear o processamento para outro grupo de regras, que está mais adequado à situação corrente do sistema. Para o desenvolvimento de uma base de conhecimento, o procedimento mais usual é a determinação de um grupo principal, onde sejam colocadas as diretrizes gerais de atuação, e a cada etapa, sejam acrescentados novos grupos de regras, que podem então ser analisadas pelo projetista, que passa a validar o funcionamento do grupo, efetuando as correção que forem pertinentes.
Durante este processo, é necessário que o projetista disponha de alguns recursos adicionais, as ferramentas de depuração, que o auxiliem na avaliação do comportamento do sistema. Este conjunto de recursos é reunido no SDAF no módulo depurador.
O módulo depurador do SDAF permite o controle da execução das regras, permitindo o disparo e a parada da máquina de inferência em qualquer ponto da mesma. Com isso, consegue-se executar as regras passo a passo, sendo exibidas na tela, tanto as regras com o passo sendo executado, como o estado do sistema após a execução do mesmo. Este passo pode ser a nível de ciclo, regra ou antecedente. A nível de ciclo, a máquina executa um ciclo de inferência e para, esperando um próximo comando do operador. A nível de regra a máquina executa uma determinada regra ao comando do operador, parando em seguida, e a nível de antecedentes, a máquina para após executar cada antedente, exibindo o estado do sistema. Um outro comando auxiliar é colocado de modo a reinicializar as variáveis do sistema.

Outro recurso importante do depurador é o processo pelo qual se pode analisar o conteúdo das diversas variáveis utilizadas. Com este, permite-se verificar o estado de cada variável. Caso sejam variáveis digitais, mostra-se seu estado lógico (FALSO/VERDADEIRO). Caso sejam variáveis analógicas de entrada, mostra-se o valor medido da variável, e para cada predicado linguístico associado à mesma, como o mesmo se relaciona diante do valor medido, dando uma idéia da compatibilidade entre o valor medido e o conceito associado ao predicado linguístico. Para variáveis analógicas de saída, mostra-se além do conjunto completo de conjuntos fuzzy associados a ela, o estado do conjunto fuzzy inferido, que dará origem ao valor defuzzyficado, que será enviado ao controle.
Utilizando-se o depurador, o projetista consegue efetuar o desenvolvimento incremental do sistema, pois após a elicitação do conhecimento sobre a forma de regras e funções de pertinência, o mesmo pode ser validado executando-se o programa de regras passo a passo, o que permite a detecção de regras com comportamento inadequado, facilitando sua correção.

8 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO FUZZY

8.1 - Controle de Poluição em Túneis Urbanos

Descreve-se aqui, sucintamente e com objetivos meramente didáticos, o procedimento de desenvolvimento de um controlador fuzzy. O exemplo utilizado para ilustrar o procedimento é um sistema de exaustão de gás com velocidade variável, utilizado para o controle do nível de gás carbônico em túneis urbanos. O controlador possui como entradas o nível de CO_2 aceitável (*set point* , s), o desvio (d) do nível medido de CO_2 (y) com relação ao *set point*, e a variação do desvio (δ) em instantes sucessivos de tempo.
O primeiro passo, como no caso de qualquer controlador, é definir as variáveis controladas e as variáveis de controle. Estas variáveis são as entradas e as saídas, respectivamente, do controlador. Para o sistema de exaustão, as variáveis de entrada são o desvio e a variação do desvio, sendo a variação na velocidade do exaustor a variável de saída (u).
A seguir, determina-se, para cada variável, o universo de discurso (*range*) associado a cada variável linguística, a partição do conjunto de termos para as variáveis linguísticas e os respectivos conjuntos fuzzy. No caso do exemplo, d, δ e u são as variáveis linguísticas com valores no conjunto de termos {pequeno(a), médio(a), grande}, {Negativo, Zero, Positivo}, onde os termos são, por sua vez, definidos pelos conjuntos fuzzy da figura 14. Observe que os universos de discurso correspondem ao intervalo [-5,5] para d, [-1,1] para δ e [-100,100] para u.
O passo final consiste em definir as regras que descrevem as ações de controle em função do erro e da variação do erro. Cada variável linguística deve ser considerada por pelo menos uma regra. A tabela 1 apresenta um conjunto possível de regras:

d - ERRO \ δ - VARIAÇÃO DO ERRO	P	M	G
P	N	N	Z
M	N	Z	P
G	Z	P	P

Tabela 1- Exemplo de Regras de Controle

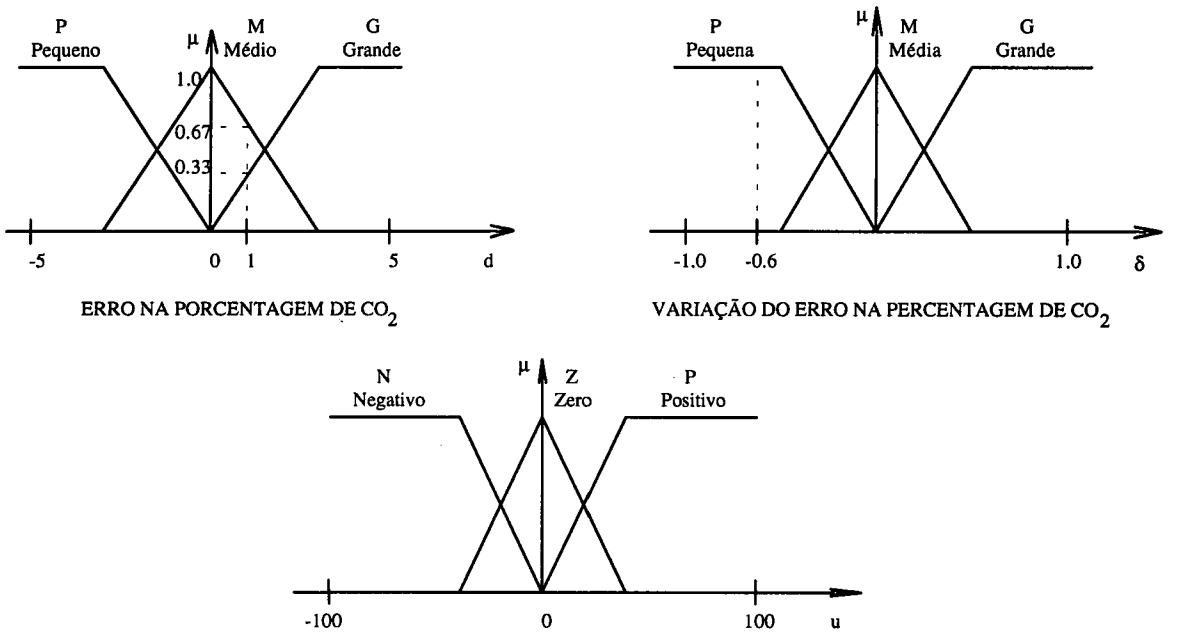


Figura 14 - Funções de Pertinência para os Termos Linguísticos

Na execução da estratégia de controle, representada pelo conjunto de regras da tabela 1, o primeiro passo é a classificação (*matching*) das variáveis de entrada com relação às respectivas variáveis linguísticas. Por exemplo, o valor d = 1 é grande com grau 0.33 e médio com grau 0.67, enquanto que o valor δ = -0.6 é pequena com grau 1 (ver figura 14), ou seja, $\mu_G(d) = 0.33$, $\mu_M(d) = 0.67$ e $\mu_P(\delta) = 1$. Feita esta classificação (correspondente ao módulo de fuzzyficação), o procedimento de inferência (lógica de decisão) avalia as regras da seguinte forma. Para d=1 e δ = -0.6, as regras que se aplicam são as seguintes (tabela 1) :

R_4 : Se (d é Médio) e (δ é Pequena) Então (u é Negativo)

R_7: Se (d é Grande) e (δ é Pequena) Então (u é Zero)

Como as regras possuem dois antecedentes relacionados pelo conectivo E (intersecção), definindo-se o operador intersecção como sendo $\wedge$ (min), obtém-se como resultado da combinação dos antecedentes:

$$R_4: \min(\mu_M(d=1), \mu_P(\delta=-0.6)) = (0.67) \wedge (1) = 0.67$$

$$R_7: \min(\mu_G(d=1), \mu_P(\delta=-0.6)) = (0.33) \wedge (1) = 0.33$$

Para cada regra, o grau de ativação da ação de controle é calculada de acordo com o resultado da combinação de antecedentes. Se a regra de inferência é MAX-MIN, o resultado da inferência, para uma regra, é obtido pelo mínimo entre o grau de combinação dos antecedentes e consequentes (ação de controle), conforme ilustrado graficamente pela figura 15.

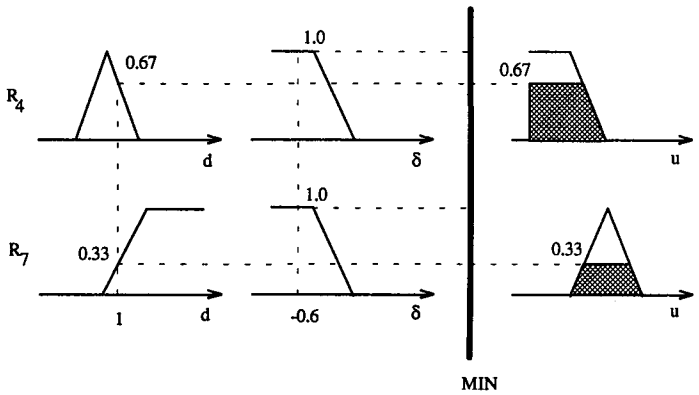


Figura 15 - Inferência : Composição MAX-MIN

Terminada a inferência, a ação final de controle é calculada a partir da união das contribuições proporcionadas por cada regra ativada. Se a união é definida como sendo o operador de agregação máximo ($\vee$), o resultado será o mostrado na figura 16.

O último passo consiste na determinação do sinal de controle (u_0)a ser enviado ao processo (no caso, sinal proporcional ao incremento de velocidade do exaustor), obtida a partir da defuzzyficação. Por exemplo, na figura acima, u_0 é obtido pelo método do centro de área.

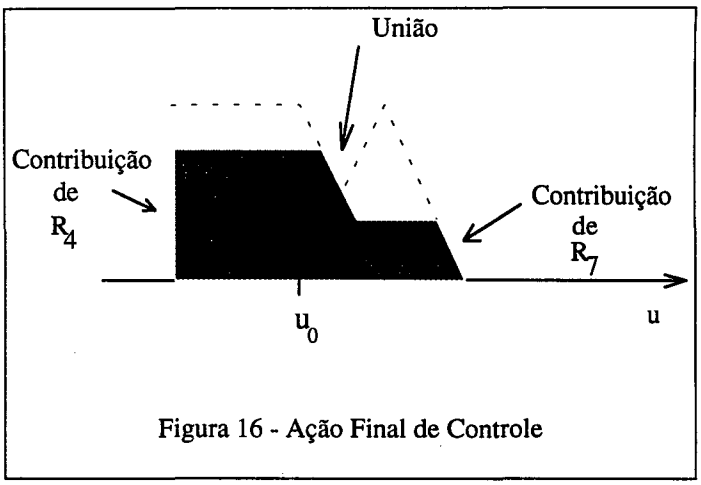


Figura 16 - Ação Final de Controle

8.2 - Controle de Direção de Veículos Auto-Guiados

Deseja-se, nesta aplicação, controlar o movimento de um veículo auto-guiado (AGV) para que o mesmo percorra uma trajetória em um ambiente, a partir do sensoreamento de sua localização (figura 17).

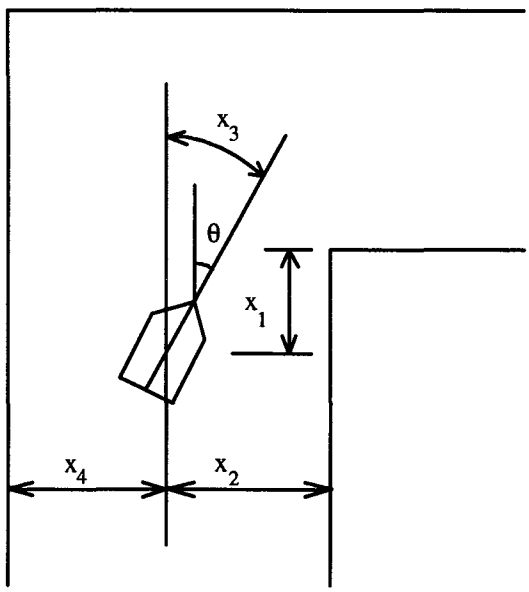


Figura 17 - Variáveis de Entrada e Saída

As variáveis de entrada do controlador são as posições x_1, x_2, e x_4 e o ângulo do veículo em relação à direção das laterais. A saída do controlador é o ângulo do eixo frontal do veículo em relação à posição de repouso (alinhada com a direção do veículo). As regras de controle são da forma:

$$R_i : \text{Se } (x_1 \text{ é } A_1^i) \text{ e } \ldots \text{ e } (x_4 \text{ é } A_4^i)$$
$$\text{Então } \theta_i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + p_3^i x_3 + p_4^i x_4$$

$$i = 1, \ldots, m$$

A ação de controle é determinada por:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i \theta_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}$$

onde w_i é o resultado da combinação dos antecedentes da i-ésima regra, dados os valores das variáveis de entrada. As funções de pertinência dos conjuntos fuzzy correspondentes às partições das variáveis linguísticas são mostradas na figura 18 para as variáveis x_1 e x_3 .

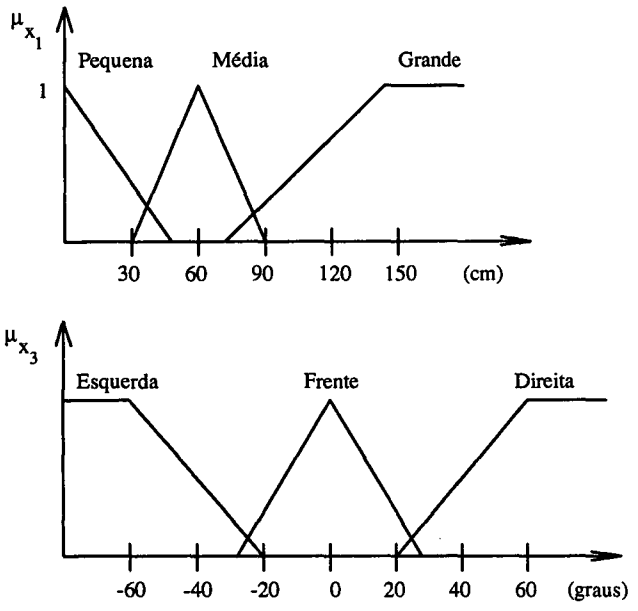


Figura 18 - Funções de Pertinência para variáveis x_1 e x_3

A figura 19 mostra o resultado proporcionado pelo controlador para o veículo colocado em um ambiente complexo.

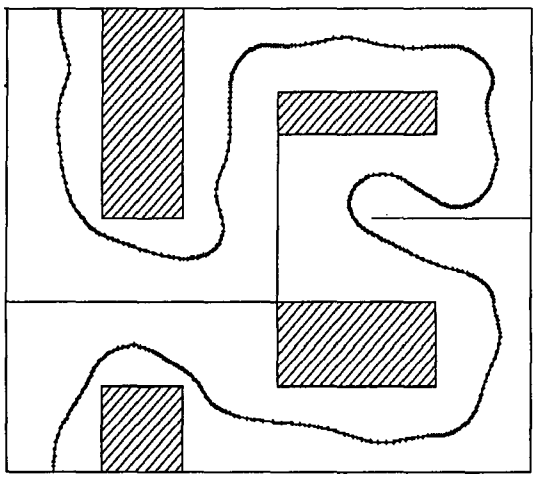


Figura 19 - Trajetória do Veículo

8.3 - Controle de Nível Para 2 Tanques Acoplados

Nesta aplicação, considera-se um sistema em que 2 tanques estão acoplados por meio de uma interligação (vide figura 20), sendo que os tanques são abastecidos por meio de válvulas individuais de entrada de fluido. Cada tanque tem em seu fundo, uma válvula de drenagem de abertura fixa, por onde escoa o fluido. A tarefa do controlador fuzzy é manter os níveis em ambos os tanques de acordo com os *set-points* definidos.

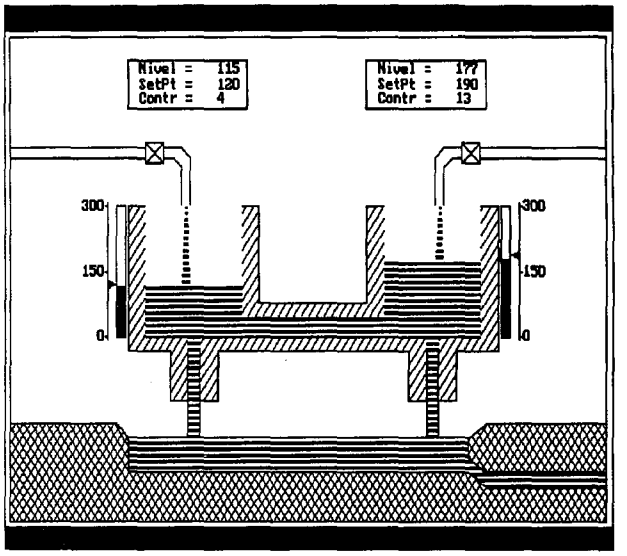


Figura 20 - Sistema de 2 Tanques Acoplados

Neste exemplo, ambos os tanques possuem uma seção horizontal com área de 1×10^5 cm^2, alturas de 300 cm e suas válvulas fixas de saída possuem uma resistência à vazão de 2.5 $\times 10^{-2}$ cm / cm^3 / s. As vazões mínimas de entrada são iguais a 0 l/s e as máximas de 40 l/s.

Para implementar o controlador fuzzy, utilizou-se como variáveis linguísticas de entrada o erro e a variação do erro entre os níves dos tanques e seus *set-points*. Como variáveis linguísticas de saída, adotou-se os incrementos nas vazões de entrada do processo. Na figura 21 tem-se um esquema das funções de pertinência utilizadas.

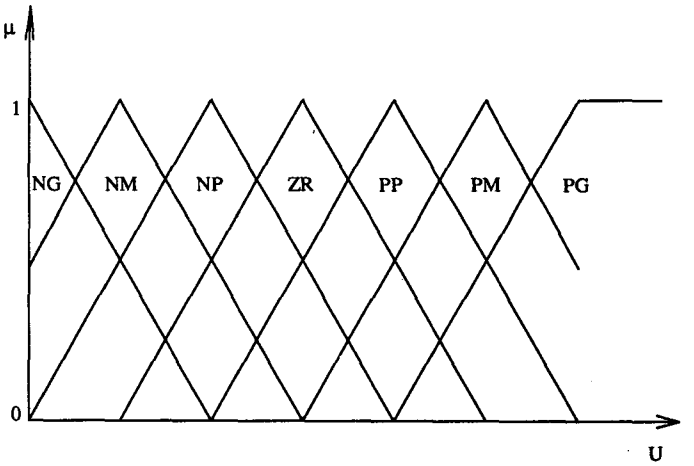


Figura 21 - Funções de Pertinência

As regras utilizadas pelo controlador foram as seguintes:

erro\derro	NG	NM	NP	ZR	PP	PM	PG
NG			PG	PG			
NM				PM			
NP	PM			PP			
ZR	PG	PM	PP	ZR	NP	NM	NG
PP				NP			NM
PM				NM			
PG				NG	NG		

Os resultados obtidos, são mostrados na figura 22 a seguir, para os dois tanques:

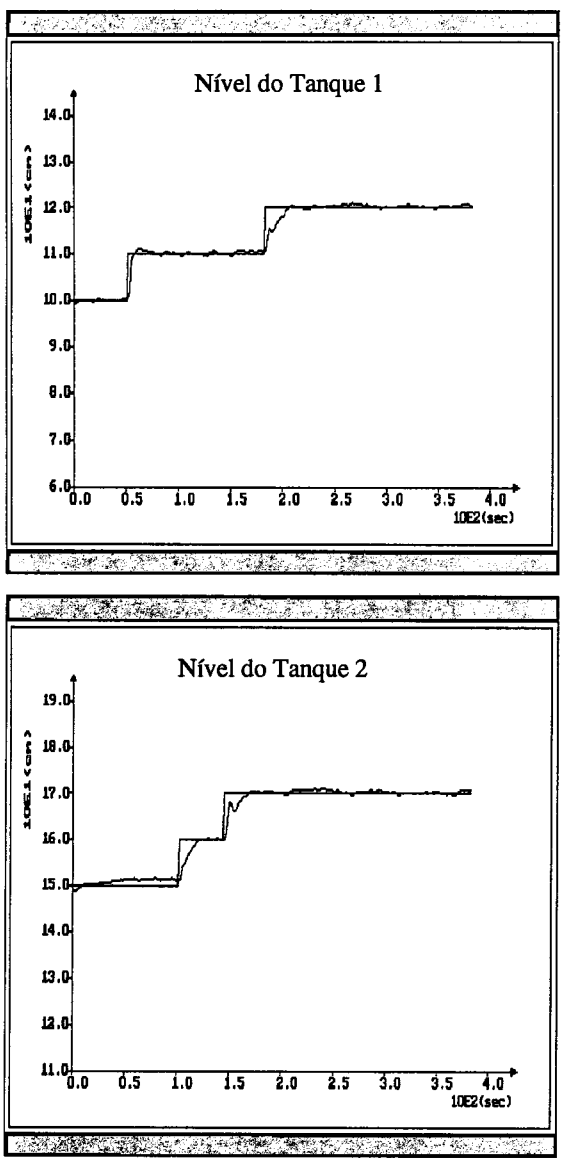


Figura 22 - Resultados para os Tanques

8 .4 - Controle Autônomo de um Robô Móvel

Algoritmos genéticos (Goldberg, 1989) são métodos adaptativos que podem ser usados para resolver problemas de busca, otimização e aprendizagem de máquina, dentre outros. O ciclo básico do algoritmo genético é mostrado na figura 23.

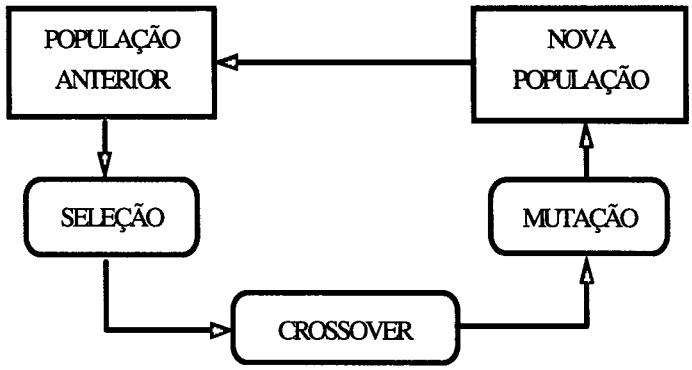


Figura 23 - Ciclo Básico de Algoritmo Genético

Um algoritmo genético é considerado neste exemplo como um método de aprendizagem de ações de controle de forma autônoma. Considera-se um controlador neural fuzzy para um robô móvel. A rede aprende a dirigir o robô móvel até que o mesmo atinja alvos predefinidos, sem colidir com obstáculos do ambiente. O conhecimento adquirido pela rede pode também ser facilmente extraído em forma de regras fuzzy. Como o algoritmo genético também determina o número de regras, as funções de pertinência dos antecedentes e os consequentes, este modelo constitui-se em um método conveniente para projetar sistemas nebulosos de forma automática (Oliveira et.al., 1994).

A rede neural fuzzy utilizada (figura 24) é baseada em um conjunto de proposições (fatos) e regras fuzzy do tipo (Figueiredo et.al. 1993):

Fato:	X_1 é A_1 e Λ e X_M é A_M
Regra 1:	**Se** X_1 é A_1^1 e Λ e X_M é A_M^1 **Então** y é g^1
M	M
Regra M:	**Se** X_1 é A_1^N e Λ e X_M é A_M^N **Então** y é g^N
Conclusão (ação):	y é g

onde X_j é uma variável fuzzy, A_j e A_j^i são os conjuntos nebulosos associados, y é uma variável com valores $g^j \in \Re$ (figura 24).

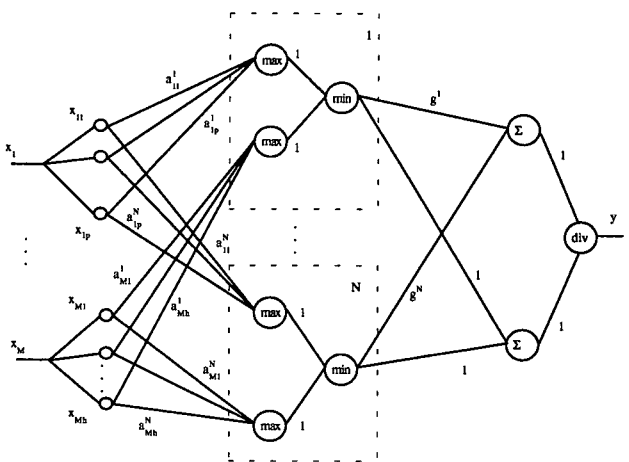


Figura 24: Controlador Neural Fuzzy

O consequente y é determinado em três etapas: casamento (*matching*), agregação de antecedentes e agregação de regras.

Estas etapas são executadas por neurônios especializados do tipo min-max pois incorporam funções mais complexas para modelagem de sinapses, de agregação de entradas e de decodificação (Gomide & Rocha, 1992-c).

O algoritmo genético (GA) usado é do tipo elitista e manipula um cromossomo de formato misto inteiro/real. As características ajustadas pelo GA durante as gerações são os consequentes das regras e as funções de pertinência, representadas por formato e posição. Os consequentes das regras são codificados em genes reais, enquanto a codificação das funções de pertinência é mais elaborada: um par numérico (centro, tipo), onde centro indica a posição do ponto central da função e tipo indica o formato da função, trapezoidal ou triangular (veja tabela 2). Para uma base de conhecimento com n regras, cada uma com k antecedentes e f_i funções de pertinência para cada antecedente i, o cromossomo descrevendo esta rede neurofuzzy terá $n + \sum_{i=1}^{k} f_i$ genes reais e $\sum_{i=1}^{k} f_i$ genes inteiros.

Os genes relativos às funções de pertinência são interpretadas de acordo com seu próprio formato e centro e os formatos e centros das funções imediatamente anterior e posterior. Veja a Tabela 2.

O crossover sempre ocorre e seleciona apenas um ponto de permutação. A mutação possui probabilidade zero durante quase todas as gerações, ocorrendo apenas em situações especiais de convergência. Este tipo de mutação é baseada na estratégia de explosões mutantes periódicas de Kauffman.

A função objetivo é uma função do número de alvos alcançados, distância média percorrida e distância ao alvo atual ao final da simulação.

O GA descrito anteriormente utiliza durante as simulações 4 seqüências distintas de 4 obstáculos ((A,B,C,D), (B,C,D,A) etc.). A função objetivo é a média dos resultados obtidos em cada seqüência. Os resultados de simulação são mostrados nas figuras 25, 26 e 27.

Observe que, mesmo com alvos colocados em lugares diferentes, o melhor indivíduo (controlador) encontrado foi capaz de navegar pelo ambiente atingindo os alvos sem colidir.

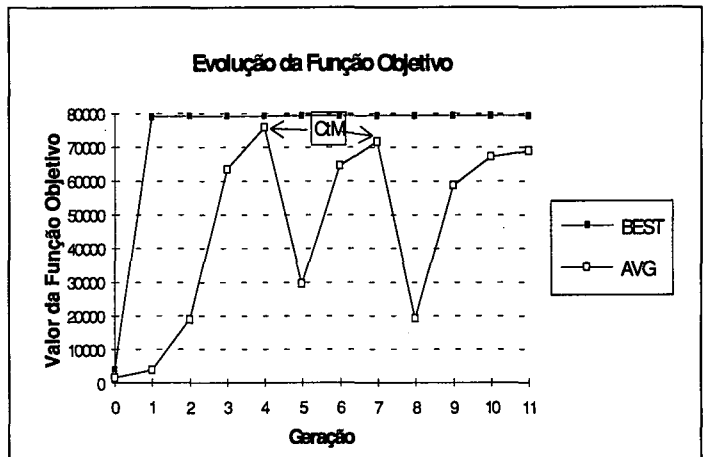


Figura 25 - Evolução da Função Objetivo

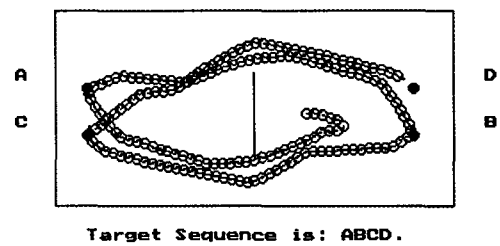


Figura 26 Simulação do Melhor Indivíduo

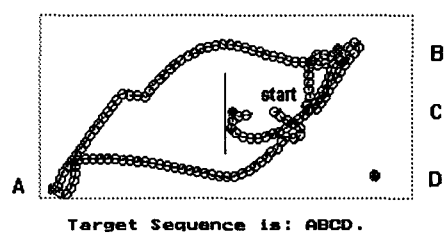


Figura 27 - Simulação com Alvos Diferentes

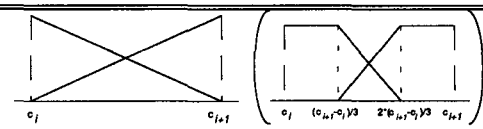
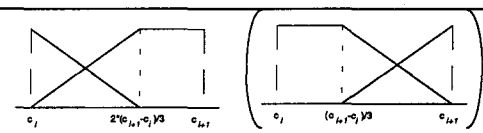
Formato da Função *(i)* (seu ponto central é c_i)	Formato da Função *(i+1)* (seu ponto central é c_{i+1})	Lado direito da Função (*i*) e o lado esquerdo da Função (*i+1*)
Triangular (Trapezoidal)	Triangular (Trapezoidal)	
Triangular (Trapezoidal)	Trapezoidal (Triangular)	

Tabela 2 : Formação das Funções de Pertinência

9 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A tecnologia decorrente da lógica fuzzy tem gerado aplicações e produtos em diversas áreas. Em controle de processos industriais, área pioneira, as primeiras experiências datam de 1975 quando foi demonstrado no Queen College, Londres, que um controlador fuzzy muito simples controlou eficientemente uma máquina a vapor. Na mesma época, a primeira aplicação industrial significativa foi desenvolvida pela indústria de cimento F.L.Smidth Corp. da Dinamarca. Presentemente, uma variedade de aplicações comerciais e industriais estão disponíveis, destacando-se neste cenário o Japão e mais recentemente, os EUA e a Alemanha. Exemplos típicos incluem produtos de consumo tais como geladeiras (Sharp), ar condicionado (Mistsubishi), câmeras de vídeo (Canon, Panasonic), máquinas de lavar roupa (Sanyo), fornos de microondas (Sanyo), aspiradores de pó, etc. Na indústria automotiva destacam-se transmissões automáticas (Nissam, Lexus), injeção eletrônica, suspensão ativa, freios anti-bloqueantes. Sistemas industriais incluem controle de grupo de elevadores (Hitachi, Toshiba), veículos auto-guiados e robôs móveis (Nasa, IBM), controle de motores (Hitachi), ventilação de túneis urbanos (Toshiba), controle de tráfego urbano, controle de parada e partida de trens de metrô (Sendai, Tokio). Estas citações são, evidentemente, ilustrativas pois correntemente mais de 1000 patentes envolvendo lógica fuzzy já foram anunciadas.

No Brasil, apesar do uso e da aplicação extensiva ainda ser incipiente, várias indústrias e empresas vêm desenvolvendo produtos e serviços (Villares, IBM, Klockner & Moeller, Robertshaw, Yokogawa, HI Tecnologia).

Nos últimos dois anos o potencial de manuseio de incertezas e de controle de sistemas complexos proporcionado pela lógica fuzzy vem sendo combinado com com redes neurais artificiais as quais, por sua vez, possuem características de aprendizagem e adaptação. Esta simbiose vem gerando novas classes de sistemas e de controladores neurofuzzy, combinando assim os potenciais e as características individuais em sistemas adaptativos e inteligentes (Gomide et.al. 1992-a). Estes sistemas deverão proporcionar uma importante contribuição para os sistemas de automação e controle do futuro, principalmente em controle de processos.

AGRADECIMENTO: Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro, respectivamente, pelo contrato n. 300729/86-3 e por bolsa de doutorado. Os autores também agradecem ao projeto ECLA-005 por seu suporte.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albertos, P. (1992). Fuzzy Controllers - *AI Techniques in Control* - Pergamon Press.

Anderson, B.D.O e J. B. Moore (1979). *Optimal Filtering* - Prentice-Hall, N.J.

Bertsekas, D.P. (1976). Dynamic Programming and Stochastic Control. *Mathematics in Science and Engineering.* Vol. 125, Academic Press, NY

Doygle, J.C. e G. Skin (1981). Multivariable feedback design: concept for a classical/modern synthesis. *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-26, pp. 4-16

Figueiredo, M. F. Gomide ; W. Pedrycz (1993) - A Fuzzy Neural Network : Structure and Learning - *5th IFSA World Congress*, Seul, Coréia. pp 1171-1174.

Goldberg, D. (1989) - *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* - Addison-Wesley, MA.

Gomide, F.; A. Rocha; P. Albertos (1992-a) Neurofuzzy Controllers - *IFAC - LCA'92*, Viena, Austria

Gomide, F. ; A. Rocha (1992-b) A Neurofuzzy Controller ; *2nd International Conference on Fuzzy Logic and Neural Networks - IIZUKA'92* , Fukuoka, Japan.

Gomide, F. ; A. Rocha (1992-c) Neurofuzzy Components Based on Threshold - *IFAC SICICA Symposium*, Malaga, Espanha, pp.425-430

Gudwin, R.R ; M.A. Silva, H.J.Almeida Jr.; I.M.C.Ribeiro (1991). SDAF - Uma Ferramenta para Desenvolvimento e Teste de Sistemas utilizando Lógica Nebulosa - *Simpósio sobre Integração Computadorizada na Automação Industrial*, 18 a 20 Setembro - São Paulo-SP

Hechst-Nielsen, R. (1990) *Neurocomputing* - Addison Wesley, N.Y.

Hotzman, J.M. (1970) *Nonlinear System Theory* - Prentice Hall, N.J.

Kaufmann, A. ; M. Gupta (1985) - *Introduction to Fuzzy Arithmetic* - Van Nostrand, NY.

Lee, C.C (1990) . Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, part I and II. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, pp 404-435

Oliveira, M. ; M. Figueiredo ; F. Gomide (1994) - A Neurofuzzy Approach for Autonomous Control - *3rd International Conference on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing, IIZUKA'94* Fukuoka, Japan.

Ollero A., A.Garcia-Cerezo, e J.Aracil. (1991). Design of Rule Based Expert Controllers - *ECC91 European Control Conference*, Grenoble, França, pp 578-583

Pedrycz, W. (1989). *Fuzzy Control and Fuzzy Systems.* - John Wiley and Sons Inc, NY

Sage, A. e C. White (1977). *Optimum Systems Control* - Prentice Hall, NJ

Takagi, H. ; M. Lee (1993) - Neural Networks and Genetic Algorithms Approaches to Auto-Design of Fuzzy Systems - *Proc. of Fuzzy Logic in Artificial Intelligence - FLAI'93*, Linz, Austria.

Yager, R. ; S. Ovchinnikov, R.M. Tong e H. T.Nguyen (1987). *Fuzzy Sets and Applications-* Wiley Interscience, NY

Yamakawa, T. (1993). A Fuzzy Inference Engine in Nonlinear Analog Mode and Its Application to a Fuzzy Logic Control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 4 n. 3, May, pp. 496-522

Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets - *Information and Control*, vol. 8, pp 338-353

Zadeh, L. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics*, vol SMC-3, pp 28-44

Zadeh, L. (1988) - Fuzzy Logic - *IEEE Computer*, April, pp. 83-92