

---

# PRIMITIVAS PARA A MODELAGEM E ANÁLISE DE SISTEMAS DE MANUFATURA

M. Tazza

Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DO PARANÁ  
Av. Sete de Setembro, 3165 CEP 80.230-901, Curitiba - PR

---

**Resumo:** O trabalho descreve primitivas de modelagem e análise comportamental de Sistemas Flexíveis de Manufatura. As primitivas estão baseadas em redes de Petri temporizadas, permitindo modelar padrões comportamentais simples de alocação, utilização e liberação de recursos no sistema de manufatura: estações de trabalho, paletes, elementos de transporte e de armazenamento. A sobreposição de primitivas segundo regras sintáticas e semânticas definidas permite a modelagem de padrões complexos de utilização de recursos. A associação de equações de fluxo de marcas na rede estabelece a relação entre a estrutura, marcação inicial e tempos de permanência das marcas em lugares da rede e os parâmetros quantitativos relevantes: desempenho, índices de utilização de recursos, gargalos, tempos de espera e população média no sistema.

**Palavras-Chave:** *Sistemas Flexíveis de Manufatura, Modelagem, Análise, Redes de Petri*

**Abstract:** The paper describes a set of primitives for the modeling and analysis of Flexible Manufacturing Systems. Simple patterns for the allocation, utilization and release of resources in a production environment are modeled by timed Petri nets primitives. Each primitive is interpreted in terms of the behavioral pattern and is associated to a set of equation that describes the flow of tokens in the net. The equations relate the structure, initial marking and permanence time of tokens in the net to the performance parameters of the system: throughput, utilization rates, bottlenecks, induced wait times and population at relevant points in the system.

**Key-words:** *Flexible Manufacturing Systems, Modeling, Analysis, Petri Nets.*

## 1 - INTRODUÇÃO

Um Sistema Flexível de Manufatura (SFM) é definido como um sistema de fabricação formado por estações de trabalho que compartilham um sistema de transporte e controle de forma a permitir a manufatura de um determinado espectro de peças sem necessidade de interromper o processo para a reconfiguração (Masif, 1988). Os custos de projeto, implantação e operação de um SFM ditam a necessidade de avaliação de alternativas de projeto/implantação. O objetivo da avaliação é reduzir o conjunto de alternativas viáveis com base em parâmetros de avaliação pré-definidos. Os parâmetros de avaliação podem ser financeiros (custo de instalação/operação, de movimentação de peças e ferramentas, etc.) e de desempenho (número de peças manufaturadas por unidade de tempo, índice de utilização de estações e transportadores, população média nos meios de armazenamentos, etc.). De forma geral, os parâmetros de desempenho fornecem uma descrição quantitativa do comportamento do sistema.

O processo de avaliação de alternativas pode ser realizado em dois passos (Looveren *et alii*, 1986). No primeiro, denominado *screening*, alternativas são avaliadas em alto nível de abstração, buscando a identificação das mais promissoras sob os critérios colocados. Avaliam-se aspectos gerais do projeto, levando em conta a interação entre os principais componentes do sistema (parte operativa, transporte, armazenamento). Num segundo passo (*selection*) as alternativas promissoras são detalhadas e a avaliação leva em conta aspectos de layout, controle, limitações sobre o número de paletes, planos de processos das peças, planos de produção, capacidades de buffers locais, estratégias

---

\* Artigo submetido em 28/08/90

1ª revisão em 24/09/92; 2ª revisão em 26/04/94;

Aceito sob recomendação do Ed.Cons. Prof.Dr Fernando A.Gomide.

de escalonamento, etc. Enquanto o processo de *screening* pode ser suportado por modelos analíticos, a complexidade envolvida no processo de *selection* requer, atualmente, o uso de simuladores.

O objetivo do trabalho é apresentar um conjunto de primitivas baseadas em redes de Petri temporizadas, voltadas à modelagem e análise de SFM. A seção 2 detalha o padrão fundamental de modelagem. A seção 3 mostra as regras sintáticas para a sobreposição de ocorrências do padrão fundamental visando a modelagem de padrões de posse simultânea de recursos. A seção 4 apresenta os detalhes de um estudo de caso.

## 2 - O PADRÃO FUNDAMENTAL

Detalham-se as características estruturais e comportamentais do padrão fundamental de modelagem. Definem-se as equações que descrevem o fluxo de marcas na rede. As equações relacionam a rede, sua marcação inicial e os tempos de permanência de marcas nos lugares da rede com os parâmetros quantitativos de desempenho. A definição das características estruturais do padrão requer a introdução de conceitos básicos em Redes de Petri (Reisig, 1985).

### 2.1 - Conceitos Básicos em Redes de Petri

**Def-1:** Uma tripla  $N = (S, T; F)$  é chamada de *rede* se e somente se

- i)  $S$  e  $T$  são conjuntos disjuntos
- ii)  $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$  é a relação binária que define a *relação de fluxo* de  $N$ .

Os elementos de  $S$  e  $T$  são representados graficamente por círculos e retângulos, respectivamente. A relação de fluxo é representada por arcos dirigidos entre os círculos e retângulos respectivos. Os elementos de  $S$  são denominados *lugares* e os elementos de  $T$  são denominados *transições*. Por  $x \in N$  designa-se um lugar ou uma transição de  $N$ .

**Def-2:** Seja  $N$  uma rede. Para  $x \in N$

$\bullet x = \{ y \mid y F x \}$  é denominado o *pré-conjunto* de  $x$   
 $x \bullet = \{ x \mid x F y \}$  é denominado o *pós-conjunto* de  $x$

**Def-3:** Uma 6-upla  $N = (S, T; F, K, M, B)$  é chamada uma rede de lugar / transição (*rede-P/T, Place/Transition-net*) se e somente se:

- i)  $(S, T; F)$  é uma rede finita,
- ii)  $K: S \rightarrow N \cup \{w\}$  estabelece uma *capacidade* possivelmente ilimitada para cada lugar da rede,
- iii)  $B: F \rightarrow N \setminus \{0\}$  atribui um *peso* a cada arco da rede
- iv)  $M: S \rightarrow N \cup \{w\}$  é a *marcação inicial* dos lugares da rede, respeitando a capacidade ( $M(s) \leq K(s)$  para todo  $s \in S$ )

A definição a seguir estabelece a *regra de ocorrência* de transições em uma rede-P/T.

**Def-4:** Seja  $N$  uma rede-P/T.

i) Um mapeamento  $M: S \rightarrow N \cup \{w\}$  é uma *marcação* de  $N$  se e somente se  $M(s) \leq K(s)$  para todo  $s \in S$ .

Seja  $M$  uma marcação de  $N$ .

ii) Uma transição  $t \in T$  é *M-habilitada* sss:

$$\begin{aligned} \forall s \in \bullet t : M(s) &\geq B(s, t) \\ \forall s \in t \bullet : M(s) &\leq K(s) - B(t, s) \end{aligned}$$

iii) Uma transição  $t \in T$  *M-habilitada* pode gerar uma *marcação seguinte* a  $M, M'$  para cada  $s \in S$ :

$$\begin{aligned} M'(s) &= M(s) - B(s, t) \text{ sss } s \in \bullet t \setminus t \bullet \\ M'(s) &= M(s) + B(s, t) \text{ sss } s \in t \bullet \setminus \bullet t \\ M'(s) &= M(s) - B(s, t) + B(t, s) \text{ sss } s \in \bullet t \cap t \bullet \end{aligned}$$

A ocorrência da transição  $t$  que leva de  $M$  a  $M'$  é representada por  $M \xrightarrow{t} M'$ . Na representação gráfica de redes-P/T os arcos  $f \in F$  são rotulados por  $B(f)$  se  $B(f) > 1$ . A capacidade de um lugar  $s \in S$  é representada por  $k = K(s)$ . A inscrição  $k = w$  (capacidade ilimitada) será omitida. Uma marcação  $M$  é representada desenhando  $M(s)$  marcas (pontos) ou o símbolo "+", simbolizando a marcação infinita, no lugar  $s$ .

### 2.2 - Características Estruturais do Padrão

**Def-5:** Seja  $N = (S, T; F)$  uma rede.  $N$  é denominada de *cadeia aberta* se e somente se:

- i)  $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_n\}$
- ii)  $T = \{t_0, t_1, t_2, \dots, t_{n-1}\}$
- iii)  $F = \{(s_i, t_i) \mid 0 \leq i \leq n-1\} \cup \{(t_i, s_{i+1}) \mid 0 \leq i \leq n-1\}$

A definição acima estabelece uma relação de ordem total,  $< \bullet$ , sobre os elementos de  $S$  e  $T$ . Seja  $0 \leq i$  e  $j < n$  então  $s_i < \bullet s_j$  e  $t_i < \bullet t_j$  se  $i < j$ . Numa cadeia aberta  $|S| = |T| + 1$ . A Fig-1 exemplifica cadeias abertas com  $|S| = 3, 4$  e  $5$ .

A inclusão de um novo lugar  $r$  e de dois arcos  $(r, t_0)$  e  $(t_{n-1}, r)$  origina a rede que define o escopo de aplicação do padrão fundamental:

**Def-6:** Seja  $N = (S', T; F')$  uma rede onde:

- i)  $S' = S \cup \{r\}$
- ii)  $F' = F \cup \{(r, t_0), (t_{n-1}, r)\}$

A rede  $N$  define as características estruturais da *primitiva fundamental de modelagem* se e somente se  $(S, T; F)$  é uma cadeia aberta. O padrão fundamental de modelagem é obtido pela adição de um lugar  $r$  e dois arcos  $(r, t_0)$  e  $(t_{n-1}, r)$  a uma cadeia aberta. A Fig 2 mostra os padrões gerados a partir das cadeias abertas da Fig-1.

### 2.3 - Características Comportamentais do Padrão

**Def-7:** Seja  $N = (S, T; F, K, B, M)$  uma rede-P/T.  $N$  define uma *primitiva quantitativa* de modelagem se e somente se:

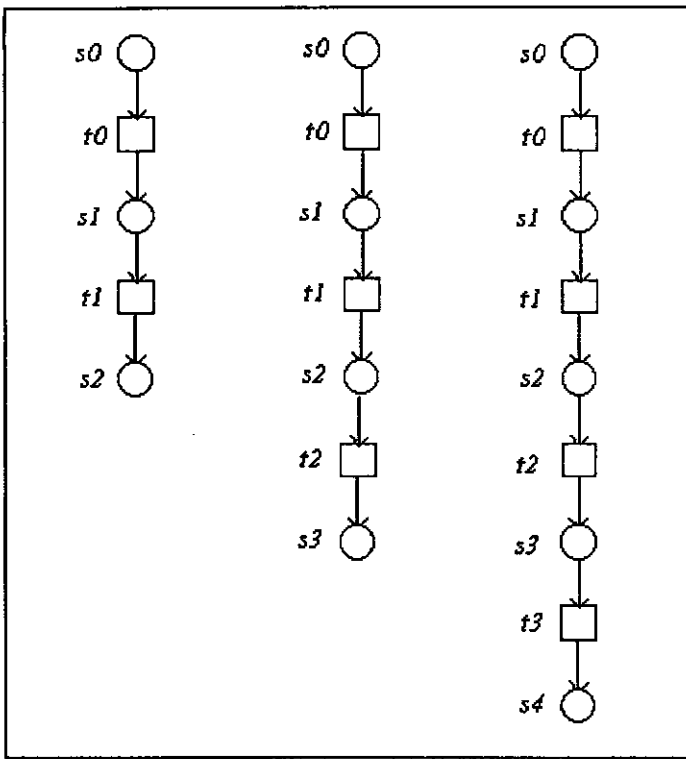


Figura 1- Cadeias abertas com 3, 4 e 5 lugares

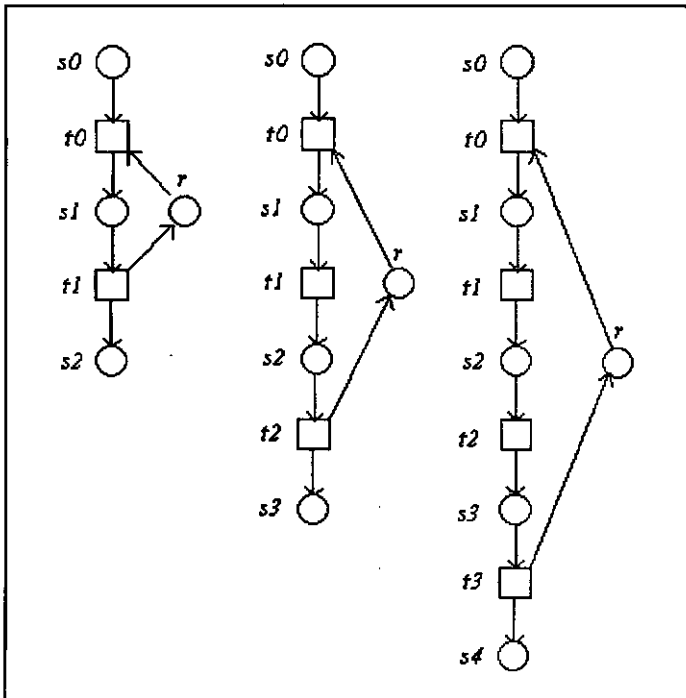


Figura 2-Primitivas estruturais de modelagem

- i)  $(S, T; F)$  é uma primitiva estrutural
- ii)  $K: S \rightarrow N \cup \{w\}$  associa uma capacidade ilimitada para cada lugar  $s$  da rede,
- iii)  $B: F \rightarrow N \setminus \{0\}$  atribui um peso a cada arco da rede tal que:
  - a-  $B(r, t0) = B(tn-1, r) = b, b \in N$
  - b-  $B(s, t) = B(t, s) = 1$  para todo arco na cadeia aberta de  $N$

- iv)  $M: S \rightarrow N \cup \{w\}$ , a marcação inicial dos lugares da rede, satisfaz:
  - a-  $M(s0) = +$
  - b-  $M(r) \geq B(r, t0)$
  - c-  $M(s) = 0$  para todo  $s \in (S \setminus \{s0\})$

A marcação do lugar  $r$  é interpretada como a quantidade de recursos disponíveis. A marcação do lugar  $s0$  (infinita) modela as infinitas solicitações à espera de atendimento. Os lugares da cadeia aberta modelam a utilização dos recursos. O peso dos arcos  $(r, t0)$  e  $(tn-1, r)$  modela a quantidade de recursos necessários para o atendimento de uma solicitação.

O tempo de utilização do recurso em um lugar  $s$  é visto como um período de permanência de marcas em  $s$ , durante o qual a ocorrência da transição em  $s^*$  é inibida. O modelo temporal que define a permanência de marcas em um lugar está descrito em Richter().

**Def-8:** Seja a 6-upla  $(S, T; F, K, B, M)$  uma primitiva quantitativa de modelagem. A 7-upla  $N = (S, T; F, K, B, M, Z)$  é dita *primitiva temporal de modelagem* se e somente se

$$Z: S \setminus \{s0, sn, r\} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

O mapeamento  $Z$  associa um tempo de permanência de marcas (real positivo) a cada lugar (excetuando o primeiro e último) da cadeia aberta de uma primitiva quantitativa de modelagem. Note-se que a marcação do primeiro lugar,  $M(s0)$ , da cadeia modela as infinitas solicitações de recursos à espera de atendimento e o último lugar ( $sn$ ) modela as solicitações já atendidas. Para facilitar a associação dos lugares e transições à interpretação dada, o lugar  $s0$  será rotulado como  $w0$  e o lugar  $sn$  como  $e$ . Os outros lugares da cadeia são rotulados como  $ui$  (utilização),  $i = 1, 2, \dots, n-1$ .

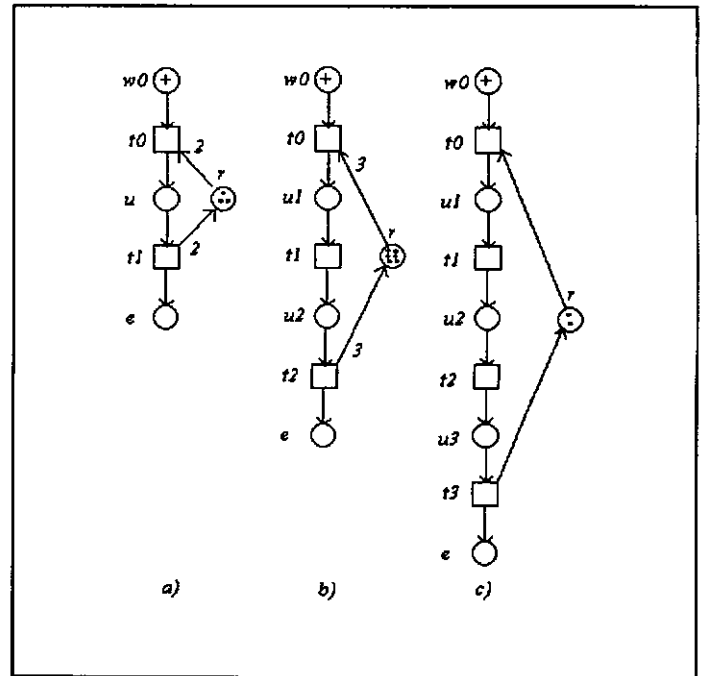


Figura 3-Primitivas temporais de modelagem

Uma primitiva temporal de modelagem define o padrão de utilização de recursos. A marcação inicial  $M(w0) = +$  estabelece um número infinito de solicitações à espera de atendimento. A

marcação inicial  $M(r) \geq B(r, t_0)$  estabelece o número finito de recursos disponíveis às solicitações. A ocorrência da transição  $ta$  representa a alocação dos recursos em  $r$ . As marcas nos lugares  $ui$  modelam a utilização dos recursos na cadeia aberta da rede. A permanência das marcas nos lugares- $u$  é ditada pelo mapeamento  $Z(u)$  definido. A ocorrência da transição  $tr$  modela a conclusão do atendimento: as unidades de recursos utilizadas são devolvidas e uma marca (solicitação atendida) é incluída no lugar  $e$  da rede.

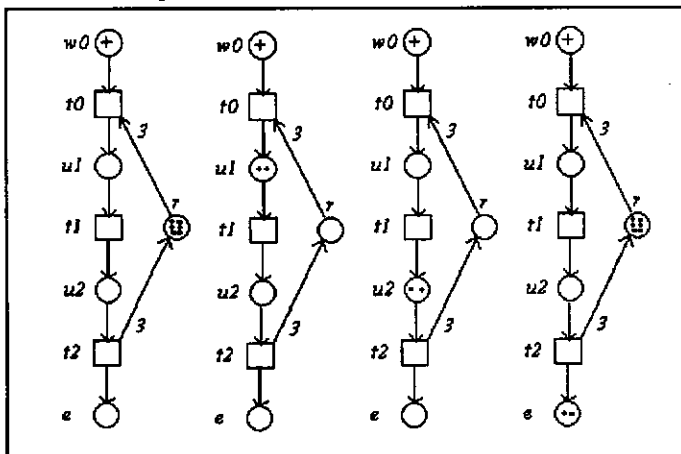


Figura 4-Comportamento de uma primitiva temporal

A Fig-4 mostra o comportamento de uma primitiva com dois lugares de utilização  $u1$  e  $u2$ . Cada solicitação necessita de três unidades de recursos ( $B(r, ta) = 3$ ) para entrar no sistema. Supondo  $Z(u1) = 2z$  (duas unidades de tempo) e  $Z(u2) = 3z$ , a marcação da rede na Fig-4b será mantida durante  $2z$  e a marcação em -4c será mantida durante  $3z$ . A Fig-4d mostra a situação da rede após a ocorrência de  $tr$ : os recursos são liberados e duas solicitações abandonam o sistema.

## 2.4 - Equações de Fluxo

Esta seção apresenta as equações que descrevem quantitativamente o comportamento de uma primitiva temporal de modelagem. A ocorrência das transições estabelece um fluxo de marcas na rede. Este fluxo é função do número de recursos disponíveis  $M(r)$ , do peso do arco  $B(r, ta)$  e dos tempos de utilização dos recursos nos lugares- $u$  da rede,  $Z(ui)$ . A soma dos tempos de utilização é denominado *Período Básico*:

$$Po(r) = \sum_{i=1}^n Z(ui) \quad (1)$$

O fluxo de marcas na rede representa o *Desempenho*  $Do(N)$ , interpretado como o número de solicitações atendidas por unidade de tempo, com unidade de medida  $\lambda$ . O desempenho é definido como a razão entre o número de solicitações que podem ser atendidas simultaneamente e o período básico de atendimento.

$$D_o(N) = \frac{M_o(r)/B(r, t_a)}{Po(r)} \quad (2)$$

A população média em um lugar  $ui$  é proporcional ao tempo de permanência no lugar. A constante de proporcionalidade é o desempenho  $Do(N)$  do sistema:

$$\bar{M}(ui) = Do(N) * Z(ui) \quad (3)$$

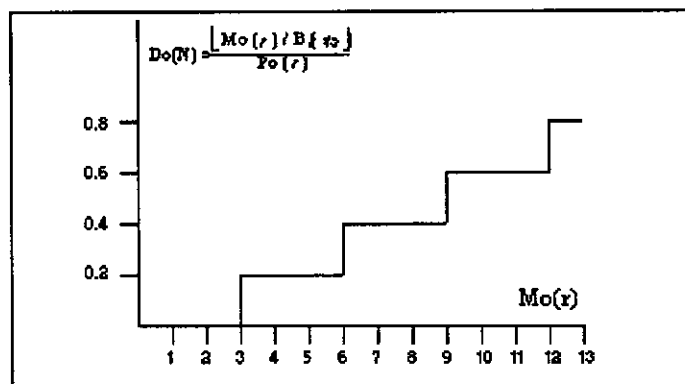


Figura 5.a: Desempenho  $\times Mo(r)$

Seja a rede da Fig-4 com  $Z(u1) = 2z$  e  $Z(u2) = 3z$ . As figuras abaixo representam graficamente o resultado da aplicação das equações de fluxo para valores crescentes da marcação inicial de  $r$ . Para este caso  $Po(r) = Z(u1) + Z(u2) = 5z$ .

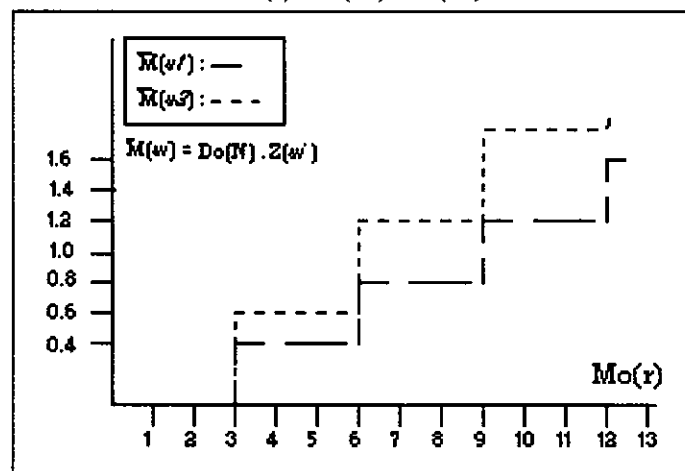


Figura 5.b: População média  $\times Mo(r)$

Os gráficos da Fig-5 mostram o efeito de usar o operador "maior inteiro menor que" na eq-2: o desempenho do sistema não é alterado para marcações iniciais  $M_o(r)$  com valores intermediários entre  $n B(r, ta)$  e  $(n+1) B(r, ta)$ ,  $n=0, 1, 2 \dots$ . Para valores de  $M_o(r) = n B(r, ta)$ , todas as unidades disponíveis de recursos em  $r$  são utilizadas para o atendimento de solicitações.

No caso da marcação inicial do lugar- $r$  não ser um múltiplo inteiro do peso do arco  $(r, ta)$ , isto é, para valores intermediários  $n B(r, ta) < M_o(r) < (n+1) B(r, ta)$ ,  $n=0, 1, 2 \dots$ , as unidades excedentes não serão utilizadas e permanecerão em  $r$ .

Supondo um desempenho  $D_t(N)$  do sistema  $N$  como uma razão direta do número de recursos disponíveis, a eq-2 seria reescrita:

$$D_t(N) = \frac{M_o(r)/B(r, t_a)}{Po(r)} \quad (2a)$$

O gráfico  $D_t(N)$  vs.  $M_o(r)$  será uma reta, conforme a Fig-6.

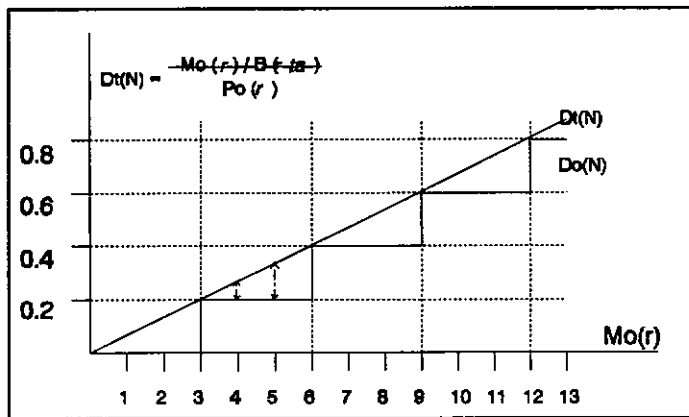


Figura 6 -  $D_t(N) \times Mo(r)$

A Fig-6 mostra a diferença entre o máximo teórico  $D_t(N)$  e o valor real  $D_o(N)$  para valores de  $Mo(r)$  não iguais a múltiplos inteiros do peso do arco  $B(r, t_a)$ . Neste caso as unidades excedentes estarão sempre disponíveis em no lugar  $r$ , originando um índice de subutilização  $S(N)$  dos recursos.

$$S(N) = 1 - \frac{D_o(N)}{D_t(N)} \quad (4)$$

O índice de subutilização varia de zero (nos pontos em que  $D_t(N) = D_o(N)$ ) a um valor limite de 1.0 (nos casos em que  $D_o(N) = 0$  ou  $D_t(N) \gg D_o(N)$ ). A Fig-7 mostra o gráfico  $S(N)$  vs.  $Mo(r)$  para o caso em estudo.

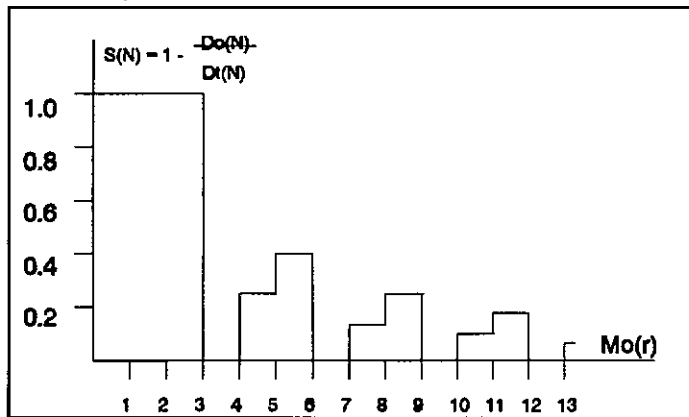


Figura 7 -  $S(N) \times Mo(r)$

Para  $Mo(r) < B(r, t_a)$  o índice de subutilização é igual a 1.0: não existem recursos suficientes e as unidades disponíveis são completamente subutilizadas. Nos outros valores de  $Mo(r)$  o índice de subutilização  $S(N)$  multiplicado pelo valor da marcação inicial  $Mo(r)$  indica quantas unidades de recursos podem ser eliminadas sem alterar o valor de  $D_o(N)$ .

Um índice de subutilização maior que zero implica que as marcas excedentes permanecerão, não utilizadas, durante um certo período de tempo, no lugar  $r$ . O valor do tempo de permanência é tal a "puxar" o valor de  $D_t(N)$  para o valor real  $D_o(N)$ . Este tempo de permanência induzido no lugar  $r$  devido à subutilização é denominado tempo induzido de espera e representado por  $Zw(r)$ .

$$D_o(N) = \frac{Mo(r)/B(r, t_a)}{\frac{Po(r) + Zw(r)}{D_o(N)}} \quad (5a)$$

$$Zw(r) = \frac{Mo(r)/B(r, t_a)}{D_o(N)} - Po(r) \quad (5b)$$

A Fig-8 plota o tempo induzido de espera no lugar  $r$ ,  $Zw(r)$ , em função da marcação  $Mo(r)$ .

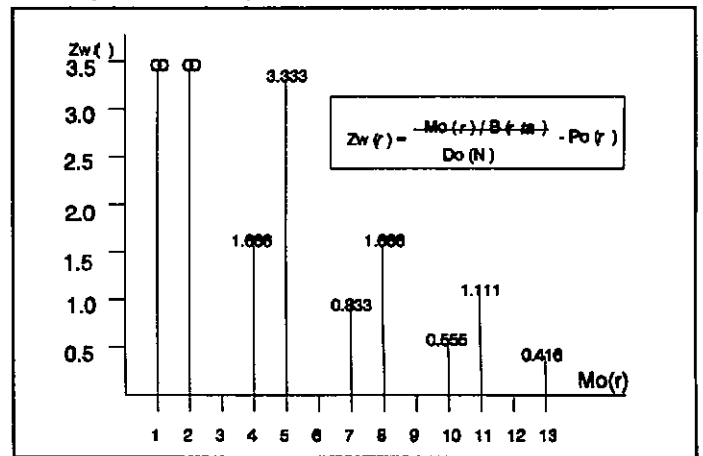


Figura 8 -  $Zw(r) \times Mo(r)$

A indução de um tempo de espera implica uma população média diferente de zero no lugar  $r$ .

$$\bar{M}(r) = D_o(N) * B(r, t_a) * Zw(r) \quad (6)$$

A Fig-9 mostra o valor médio das marcações nos lugares de utilização  $u1$  e  $u2$  e no lugar  $r$ . Para a determinação de  $\bar{M}$  foi usado o valor do tempo de espera induzido em  $r$ ,  $Zw(r)$ .

$$\bar{M}(r) \times Mo(r)$$

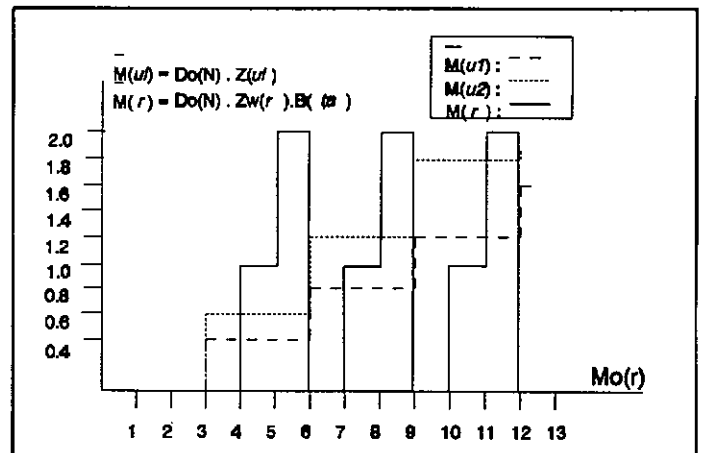


Figura 9 -  $M(r) \times Mo(r)$

As equações apresentadas descrevem o fluxo de marcas numa rede primitiva de modelagem. Cada equação foi interpretada em termos de um parâmetro quantitativo de desempenho. A próxima seção aborda a modelagem de padrões de utilização de recursos mais complexos.

### 3 - POSSE SIMULTÂNEA DE RECURSOS

A sobreposição de diversas ocorrências do padrão fundamental permite a modelagem e análise de padrões complexos de alocação-utilização-liberação de recursos. A seção 3.1 descreve a modelagem da posse simultânea de recursos.

### 3.1 - Escopo de Aplicação

A posse simultânea de recursos é modelada pela sobreposição de dois ou mais padrões fundamentais, de forma a compartilhar as transições e lugares das respectivas cadeias abertas (Fig-10).

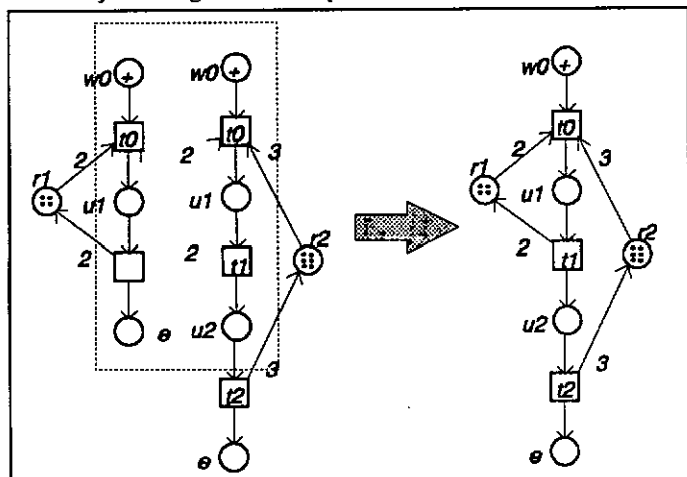


Figura 10 - Sobreposição de padrões fundamentais

Def-9: Seja  $N = (S \cup R, T; F \cup F')$  uma rede.  $N$  define um modelo estrutural de posse simultânea de recursos se e somente se:

- i)  $(S, T; F)$  define uma cadeia aberta
- ii)  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}, |R| > 1, S \cap R = \emptyset$
- iii)  $F' \subset (R \times T) \cup (T \times R)$  tal que:
  - a)  $\forall r \in R \exists n_i, t_j \in T \mid (r F' n_i) \wedge (t_j F' r) \wedge (n_i < \bullet t_j)$
  - b)  $\forall r \in R \mid \bullet r \mid = \mid r \bullet \mid = 1$
  - c)  $\exists r_i, r_j \in R \mid (r_i F' t_0) \wedge (t_{m-1} F' r_j)$
  - d)  $\forall s \in (S \setminus \{s_0, s_n\}), s$  é coberto por uma Invariante-S que contém pelo um  $r_i \in R$ .

O item ii) da definição agrega um conjunto finito de lugares- $r$  a uma cadeia aberta. Os itens a, b, ..., e estabelecem as restrições sobre a relação de fluxo  $F'$ . O ponto a) indica que uma alocação de recursos deve preceder sua liberação. O ponto b) impõe que só pode existir um arco dirigido de um lugar- $r$  para uma transição e um arco dirigido de uma transição para um mesmo lugar- $r$ . O ponto c) exige um arco dirigido de um lugar- $r$  para a primeira transição da cadeia aberta e um arco dirigido da última transição da cadeia para um lugar- $r$ . O ponto d) requer que todo lugar da cadeia aberta, excetuando o primeiro e o último, deverão cobrir pelo menos um tipo de recurso.

A Fig-11 mostra exemplos de modelos estruturais de posse simultânea de recursos.

A passagem do conceito estrutural para o conceito quantitativo e temporal é idêntico ao caso apresentado na definição do padrão fundamental e não será, portanto, formalizado. Considera-se que a marcação inicial de um lugar  $r$  é um múltiplo inteiro do peso do arco de alocação associado. A cada lugar- $u$  do modelo está associado um tempo de permanência de marcas conforme indicado na seção-2. Note-se que antes de uma transição de alocação existe um lugar rotulado como  $w_i$ : em função dos diferentes fluxos de marcas estabelecidos na cadeia aberta do modelo pelos diferentes componentes, solicitações podem ser obrigadas a esperar pela disponibilidade de recursos

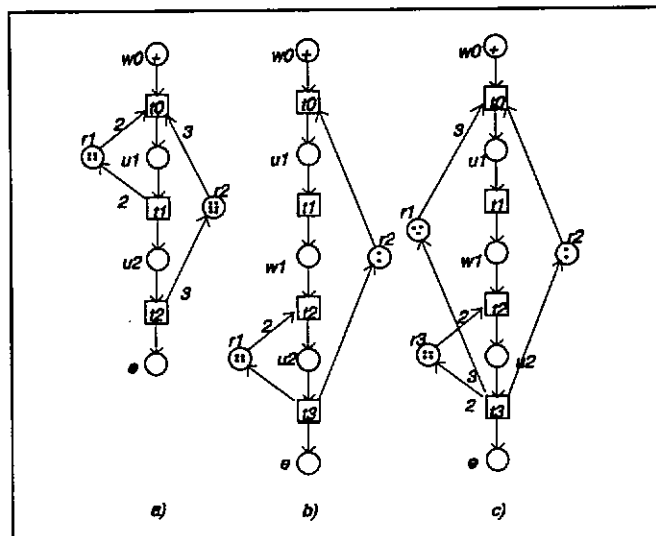


Figura 11 - Modelos de posse simultânea de recursos

antes de uma transição de alocação. O tempo médio de espera induzido num lugar  $w_i$  será denominado  $Z_w(w_i)$ .

### 3.2 - As Equações de Fluxo

A análise de um modelo de posse simultânea de recursos coloca uma diferença importante sobre a análise do padrão fundamental: inclui-se, aqui, a interação entre componentes. O primeiro passo da análise está baseada na consideração dos padrões fundamentais que compõe o modelo de posse simultânea. O segundo passo é a análise do efeito da interação.

O período básico de utilização é calculado como o somatório dos tempos de utilização de cada recurso  $r_i$

$$Po(r_i) = \sum Z(u_j) \quad (3.1)$$

Os lugares  $u_j$  são os lugares- $u$  cobertos pela Invariante-S que cobre o lugar  $r_i$ . Lugares- $w$  na mesma invariante não contribuem para o cálculo do período básico de utilização. O desempenho  $Do(N_i)$  de cada componente isolado  $N_i$  é obtido pela equação 2.2. A interação entre componentes baseia-se no princípio de que o desempenho de um sistema será menor ou igual ao desempenho de seu componente mais lento:

$$D(N) \leq \min\{Do(n_1), Do(n_2), \dots, Do(n_k)\} \quad (3.2)$$

O máximo teórico é dado pela igualdade na eq-3.2. Em função da diferença entre o desempenho nominal de um componente (padrão fundamental isolado) e o desempenho real fruto da interação, os componentes  $N_i$  com  $Do(N_i) > D(N)$  apresentarão um índice de subutilização  $S(N_i)$  maior que zero.

$$S(N_i) = 1 - \frac{D(N)}{Do(N_i)} \quad (3.3)$$

O componente  $N_i$  mais lento apresentará um índice  $S(N_i)$  igual a zero. Os componentes com maior capacidade de atendimento de solicitações e portanto com  $S(N_i) > 0$  serão retardados, em função da sua interação com o componente mais lento, pela indução de tempos de espera nos lugares- $r$ ,  $Z_w(r_i)$ , e/ou lugares- $w$  ( $Z_w(w_j)$ ) da cadeia aberta. Os pontos de indução e o

valor dos tempos induzidos dependem da estrutura de utilização dos recursos. A população média nos lugares da rede é dada por

$$\bar{M}(u_i) = D(N) * Z(u_i) \quad (3.4a)$$

$$\bar{M}(w_i) = D(N) * Z_w(w_i) \quad (3.4b)$$

$$\bar{M}(r_i) = D(N) * B(r_i, t_{a_i}) * Z_w(r_i) \quad (3.4c)$$

### 3.3 - Exemplo

Seja o modelo de posse simultânea de recursos da Fig-12d. Os componentes  $N_i$  do modelo são os padrões fundamentais da Fig-12.a, b e c.

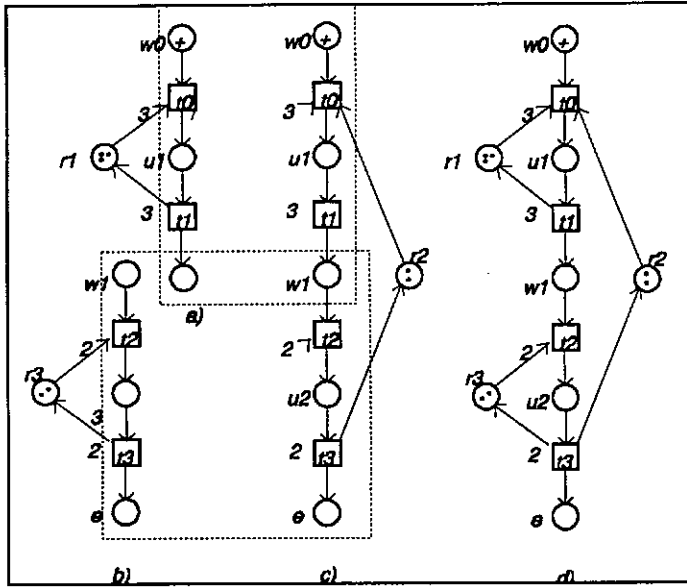


Figura 12 - Componentes de um modelo de posse simultânea de recursos

Considera-se  $Z(u1) = 2z$  e  $Z(u2) = 3z$ . A disponibilidade inicial de cada tipo de recursos está representada pela marcação inicial dos lugares-r:  $Mo(r1) = 3$ ,  $Mo(r2) = 2$  e  $Mo(r3) = 2$ . O peso dos arcos de alocação indica o número de unidades para uma solicitação. O período básico de utilização de cada recurso é dado pela eq-3.1:

$$Po(r_1) = Z(u_1) = 2z$$

$$Po(r_3) = Z(u_2) = 3z$$

$$Po(r_2) = Z(u_1) + Z(u_2) = 5z$$

O desempenho de cada componente isolado é calculado em base à equação-2.2.

$$Do(N_1) = (Mo(r_1) / B(r_1, t_{11})) / Po(r_1) = 0.5\lambda$$

$$Do(N_2) = (Mo(r_2) / B(r_2, t_{21})) / Po(r_2) = 0.4\lambda$$

$$Do(N_3) = (Mo(r_3) / B(r_3, t_{31})) / Po(r_3) = 0.333\lambda$$

O desempenho do sistema, levando em conta a interação entre os componentes, é dado pela equação-3.2

$$D(N) \leq \min(0.5, 0.4, 0.333) = 0.333\lambda$$

O componente N3 é o componente mais lento, dita o comportamento do todo e apresentará um índice de subutilização  $S(N3) = 0$ . Os componentes N1 e N2 apresentarão um índice de subutilização de recursos maior que zero, expresso pela eq-3.3.

$$S(N_1) = 1 - D(N) / Do(N_1) = 1 - 0.333 / 0.5 = 0.333$$

$$S(N_2) = 1 - D(N) / Do(N_2) = 1 - 0.333 / 0.4 = 0.166$$

Os componentes N1 e N2 são retardados pela indução de um tempo de espera. N1 e N2 tentam trabalhar à própria taxa de  $0.5\lambda$  e  $0.4\lambda$ . Inicialmente as solicitações são retiradas de  $w0$  a uma taxa de  $0.4\lambda$  e são colocadas em  $w1$  à taxa de  $0.4\lambda$ . O componente N3 retira marcas de  $w1$  à taxa de  $0.333\lambda$ , induzindo um tempo de espera  $Z_w(w1)$ . O valor do tempo induzido será tal a trazer o desempenho de N2,  $Do(N2)$  para o patamar  $D(N)$ .

$$Z_w(w_1) = \left[ (Mo(r_2) / B(r_2, t_{21})) / D(N) \right] - Po(r_2)$$

$$Z_w(w_1) = \left[ 2 / 0.333 \right] - 5 = 1.0z$$

Com este valor de espera no lugar  $w1$  o componente N2 irá trabalhar à mesma taxa do componente mais lento N3. O componente N1 interagindo com N2 será forçado a trabalhar à taxa ditada por N2, tornada igual a  $0.333\lambda$  pela sua interação com N3. Será induzido um tempo de espera  $Z_w(r1)$  com valor tal a trazer  $Do(N1)$  para o patamar de desempenho do sistema,  $D(N) = 0.333\lambda$ .

$$Z_w(r_1) = \left[ (Mo(r_1) / B(r_1, t_{11})) / D(N) \right] - Po(r_1)$$

$$Z_w(r_1) = \left[ 1 / 0.333 \right] - 2 = 1.0z$$

Determinado o valor  $D(N)$  para o sistema e os valores dos tempos induzidos de espera é possível aplicar as equações para o cálculo da população média nos lugares da rede.

$$\bar{M}(u_1) = D(N) * Z(u_1) = 0.333 * 2 = 0.666$$

$$\bar{M}(u_2) = D(N) * Z(u_2) = 0.333 * 3 = 1.0$$

$$\bar{M}(w1) = D(N) * Z_w(w_1) = 0.333 * 1 = 0.3333$$

$$\bar{M}(r_1) = D(N) * B(r_1, t_1) * Z_w(r_1) = 0.333 * 3 * 1 = 1.0$$

Como não há indução de tempo de espera em  $r2$  e  $r3$ , a população média nestes dois lugares é zero.

A próxima seção apresenta a aplicação das equações a um sistema de manufatura simples. A aplicação direta das equações permitirá a determinação do comportamento para o melhor e pior caso do sistema. Finalmente, descreve-se a determinação do caso esperado comparando-se os resultados com os obtidos por simulação e com os obtidos pela aplicação de um modelo semi-Markoviano exato.

## 4 - ESTUDO DE CASO

### 4.1 - Descrição do Sistema

Considera-se um SFM composto por um conjunto de células de trabalho, numeradas 1, 2, ..., m. Existe uma estação central com área comum de armazenamento, C, com capacidade para J jobs no sistema.

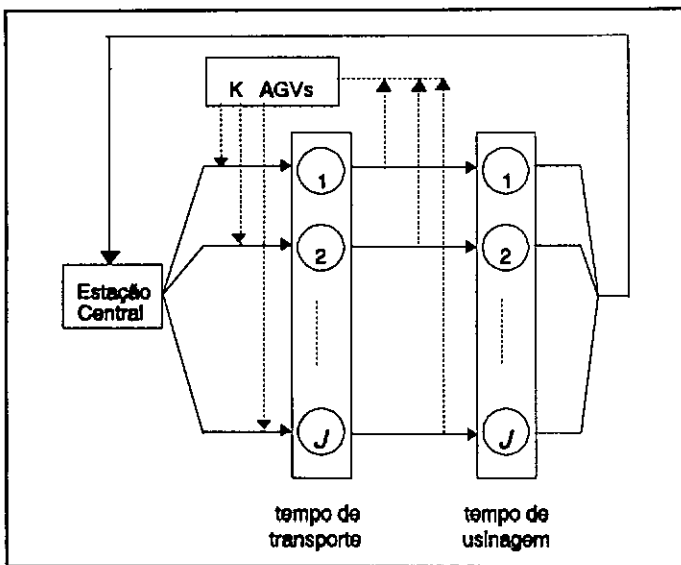


Figura 13

Cada job no sistema é levado da célula de usinagem à estação central. Como o retorno não utiliza os AGVs não é considerado o tempo de transporte da célula à estação. Na estação central é feita a determinação da nova sequência de operações. O job solicita serviço em uma das estações de trabalho. Há competição pelos AGVs que levam os jobs da estação central às estações de trabalho. Se a estação escolhida não estiver disponível, o job espera no buffer local da estação. No caso de um job abandonar o sistema a partir da estação central, ele é imediatamente substituído por outro, mantendo o número de jobs constante.

Segue o detalhamento do comportamento do sistema.

- i) Existe um número fixo de jobs,  $J$ , circulando no sistema.
- ii) Cada uma das  $m$  células tem diversos centros de usinagem  $MC$ . O  $i$ -ésimo centro,  $MC_i$ , pode servir  $m_j$  jobs em paralelo.
- iii) Existe um número fixo,  $A$ , de AGVs no sistema.
- iv) Cada job tem um atraso de chegada com valor médio  $1/\tau$ . É o tempo necessário para programar as máquinas CNC (centros de usinagem) mais o tempo para os jobs voltarem à estação central após a conclusão de um ciclo de serviço em uma das células.
- v) O tempo de utilização dos AGVs é determinístico, com média  $1/\mu$ .
- vii) Existem  $R$  classes de jobs no sistema. O tempo médio de processamento da classe- $i$  na célula  $MC_j$  é  $1/\eta_{ij}$ . Considera-se que o agrupamento de máquinas em células é feito de tal forma que todas as células tem capacidade aproximadamente igual.
- viii) Um job requisita um serviço em qualquer das  $MC_i$ , com probabilidade  $P_{i,j} = 1/m$  representando a probabilidade do job- $i$  requisitar a célula  $MC_j$ ,  $i = 1, 2, \dots, J$  e  $j = 1, 2, \dots, m$ .
- ix)  $MC_j$  possui um buffer local com capacidade  $k_j$ .
- x) O tempo necessário para levar os jobs de volta à estação central não é considerado por não utilizar os AGVs.

Um SFM com  $J$  jobs,  $m$  células e capacidade  $C$  para os buffers locais das máquinas será designado por sistema  $J \times m \times C$ .

## 4.2 - Derivação do Modelo

Modela-se e avalia-se o caso  $J \times 2 \times 1$  para duas classes de jobs ( $R=2$ ) e dois AGVs.

Considerando as restrições colocadas no item iv), (tempo médio de atraso para cada job igual a  $1/\tau$ ), no item v) (tempo médio de utilização dos AGV igual a  $1/\mu$ ) e item vii) (tempo médio de utilização das estações igual a  $1/\eta_{i,j}$ ), o modelo de duas classes (Fig-14a) pode ser reduzido a um modelo de classe única onde os jobs competem pelos AGVs (Fig-14b). Deve ser enfatizado que a redução ao modelo de classe única só é possível devido à igualdade nos tempo de utilização de recursos por jobs de ambas as classes.

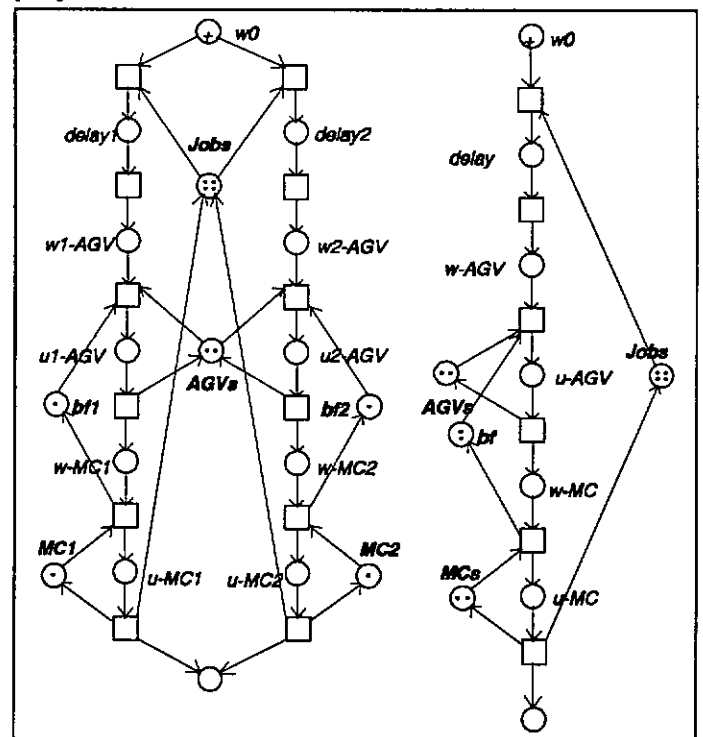


Figura 14 - Modelo em rede-P/T

## 4.3 - Análise de Melhor e Pior Caso

A diferença entre o melhor e o pior caso é caracterizada, dado um número fixo de AGVs, pela ocorrência ou não de colisões sobre as estações de trabalho. Uma colisão é caracterizada pela tentativa de dois ou mais jobs acessarem a mesma estação. O tempo de utilização dos AGVs,  $Z(u-AGV)$ , para o transporte de jobs é de 2.0 unidades de tempo. O tempo de utilização de estações,  $Z(u-MC)$ , é de  $5z$  e o tempo de retardo devido à programação das máquinas,  $Z(delay)$ , é de  $1z$ .

O período básico dos componentes pode ser determinado:

$$Po(AGV) = Z(u - AGV) = 2z$$

$$Po(MC) = Z(u - MC) = 5z$$

$$Po(Jobs) = Z(delay) + Z(u - AGV) + Z(u - MC) = 8z$$

$$Po(bf) = Z(u - AGV) = 2z$$



O período básico das posições no buffer das máquinas engloba o transporte: um job só é levado à máquina se o buffer estiver disponível.

*a) Análise do Melhor Caso*

O melhor caso corresponde à situação em que sempre que dois jobs tentarem o acesso às máquinas, eles endereçam máquinas distintas. A nível do modelo da Fig-14b, significa uma disponibilidade permanente de duas máquinas, representada por uma marcação inicial  $Mo(MC)=2$ . A tab-1 mostra a curva de desempenho do sistema em função do número de jobs no sistema. As entradas da tabela representam uma aplicação direta da eq-3.2.

Tabela 1 -  $D(N)_{mc} \times J$

J	Do(Jobs)	Do(AGV)	Do(bf)	Do(MC)	$D(N)_{mc}$
1	0.125	1.0	1.0	0.4	0.125
2	0.25	1.0	1.0	0.4	0.25
3	0.375	1.0	1.0	0.4	0.375
4	0.5	1.0	1.0	0.4	0.4
5	0.625	1.0	1.0	0.4	0.4
30	3.75	1.0	1.0	0.4	0.4

O número de jobs no sistema representa o recurso crítico para  $Mo(Jobs) \leq 3$ . Para 4 ou mais jobs no sistema o recurso crítico é representado pelas duas estações de trabalho que colocam o patamar de desempenho em  $D(N)=0.4\lambda$ .

*b) Análise do Pior Caso*

O pior caso corresponde à situação de colisão permanente sobre um das estações de trabalho. É representada por uma marcação  $Mo(MC)=1$ . no modelo da Fig-14b.

Tabela 2 -  $D(N)_{pc} \times J$

J	Do(Jobs)	Do(AGV)	Do(bf)	Do(MC)	$D(N)_{pc}$
1	0.125	1.0	1.0	0.2	0.125
2	0.25	1.0	1.0	0.2	0.2
3	0.375	1.0	1.0	0.2	0.2
4	0.5	1.0	1.0	0.2	0.2
5	0.625	1.0	1.0	0.2	0.2
30	0.625	1.0	1.0	0.2	0.2

No pior caso o comportamento é ditado pelas células já a partir de dois jobs no sistema. A Fig-15 compara os resultados obtidos por diversos métodos com os de melhor e pior caso calculados.

O cálculo de melhor e pior caso permite situar, a um custo computacional muito baixo, os limites de desempenho do sistema. Na próxima seção descreve-se o refinamento da solução onde, aumentando o custo computacional envolvido, é possível determinar o caso esperado para o sistema.

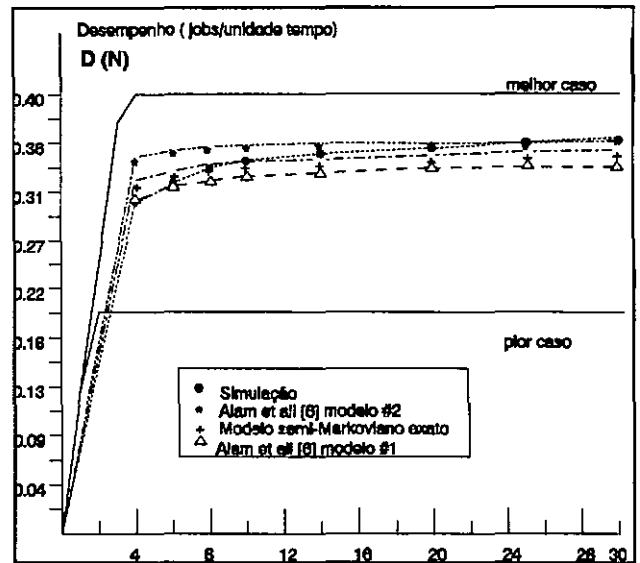


Figura 15 - Comparação de resultados

**4.4 - Análise do Caso Esperado**

O refinamento da solução está baseado na possibilidade de  $D(N) < \min(Do(N_i))$  na eq-3.2. Esta possibilidade é decorrente da existência de uma probabilidade determinável de que ocorram situações de colisão sobre o recurso endereçável MC. Em outras palavras, o sistema oscilará entre diversos estados, correspondentes a situações sem colisão, colisão parcial e colisão total sobre as máquinas. A análise do caso esperado considera que o sistema tenta trabalhar à taxa máxima (sem colisões) e introduz então o efeito das perturbações (colisões sobre os recursos endereçáveis) que trazem o sistema ao caso esperado.

O método de aproximação será detalhado no Algoritmo de aproximação.

*Algoritmo de Aproximação*

[1] *Determinação do número médio de jobs competindo pelos recursos endereçáveis*

$$\#J = \overline{M}(w - MC) = D(N) \cdot Z_w(w - MC)$$

A determinação do número médio de jobs em competição implica o cálculo do tempo de espera induzido em  $w-MC$ .

[2] *Expressão de  $\#J$  como uma soma ponderada de inteiros que satisfazem*

$$q_0 * 0 + q_1 * 1 + q_2 * 2 + \dots + q_n * n = \#J$$

$$\sum_{i=0}^n q_i = 1.0$$

$$0 \leq q_i \leq 1.0$$

O sistema acima tem infinitas soluções. Escolhe-se a solução onde os  $q_i$ 's sigam uma distribuição binomial privilegiando valores em torno do valor médio  $\#J = n \cdot p$ ,

$$b_{n,p(k)} = \binom{n}{k} * p^k * (1-p)^{n-k}$$

onde  $n$  é o número máximo de jobs concorrendo pelos recursos compartilhados,  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$  é o número de jobs em competição numa determinada situação,  $p$  é a probabilidade do valor médio e

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**[3] Identificação das situações de conflito e determinação do peso de cada situação.**

Seja  $c(k,m)$  a colisão de  $k$  jobs sobre  $m$  células. A probabilidade de ocorrência da situação de colisão, função da probabilidade de referência dos jobs a cada recurso endereçável é  $w(c(k,m))$ . O cálculo de  $w(c(k,m))$  é efetuado, de forma direta, sobre a matriz de probabilidade de referência dos jobs às máquinas.

**[4] Cálculo do valor esperado de desempenho  $D(N)$  do sistema na presença de colisões.**

$$D(N) = \sum_{k=0}^n b_{n,p(k)} \cdot \left( \sum_{m=1}^{Mo(MC)} w(c(k,m)) \cdot D(N)_{k,m} \right)$$

onde  $D(N)_{k,m}$  representa o desempenho do sistema com  $k$  jobs competindo por  $m$  células e  $D(N)$  o valor esperado com  $Mo(Jobs)$  no sistema.

O algoritmo de valor esperado será aplicado em detalhes para valores crescentes de jobs no sistema. Os dados invariantes são  $Po(Jobs)=8z$ ,  $Do(AGV) = 1.0\lambda$ ,  $Do(MC)_{sc} = 0.4\lambda$  e  $Do(MC)_{cc} = 0.2\lambda$ . A probabilidade de referência dos jobs às duas células é 0.5.

**Passo [1] Determinação do número médio de jobs #J em competição.**

No melhor caso (sem colisão) não há indução de tempo de espera em  $w-MC$  ( $Zw(w-MC)_{mc}=0$ ). No pior caso, os componentes  $Jobs$  e  $Bf$ , que cobrem o lugar  $w-MC$  serão retardados pela indução de um tempo de espera ( $Zw(w-MC)_{pc}>0$ ). Nas equações abaixo  $Zw(w-MC/N_i)$  representa o tempo de espera induzido pela interação do componente  $MC$  com o componente  $N_i$ .

$$Zw(w-MC/J) = \frac{Mo(Jobs)}{D(N)_{pc}} - Po(Jobs)$$

$$Zw(w-MC/B) = \frac{Mo(Bf)}{D(N)_{pc}} - Po(Bf)$$

$$Zw(w-MC)_{pc} = \min(Zw(w - MC/J), Zw(W - MC/Bf))$$

O tempo final  $Zw(w-MC)_f$  será a soma ponderada dos dois valores.

$$Zw(w-MC)_f = 0.5 \cdot Zw(w - MC)_{mc} + 0.5 \cdot Zw(w-MC)_{pc}$$

O número de jobs em competição é dado pela marcação média  $\bar{M}(w - MC)$  calculada usando a eq-3.4b com o valor de desempenho dado pela ponderação do melhor e pior caso:

$$D(N) = 0.5 \cdot D(N)_{cc} + 0.5 \cdot D(N)_{sc}$$

**J=1:**

Com um job no sistema não há competição pelos recursos. O desempenho é ditado pelo componente mais lento,  $Do(Jobs) = 0.125\lambda$ .

**J=2:** As equações fornecem:

$$Zw(w-MC/J) = \frac{2}{0.2} - 8 = 2z$$

$$Zw(w-MC/Bf) = \frac{1}{0.2} - 2 = 3z$$

$$Zw(w-MC)_{pc} = \min(2, 3) = 2z$$

$$Zw(w-MC)_f = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 2 = 1z$$

$$D(N) = 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.25 = 0.225\lambda$$

$$\bar{M}(w - MC) = 0.225 \cdot 1 = 0.225$$

A tabela-3 resume os valores calculados. Deve ser observado que para  $J = 2$  e  $3$  o desempenho máximo do sistema é dado pelo componente  $Jobs$  com valores respectivos de  $0.25\lambda$  e  $0.375\lambda$ .

TABELA-3:

J	$Zw(w - MC)_f$	$D(N)$	$\bar{M}(w - MC)$
1	0.0	0.125	0.0
2	1.0	0.225	0.225
3	1.5	0.2875	0.43125
4	1.5	0.3	0.45
5	1.5	0.3	0.45
6	1.5	0.3	0.45
30	1.5	0.3	0.45

O valor da marcação média em  $w-MC$  representa o número de jobs em competição pelos recursos #J.

**Passo [2] Expressão de #J̄ como uma soma ponderada segundo a distribuição binomial.**

Esta expressão significa que um dado valor médio (real) de jobs em competição será expresso como uma soma de inteiros  $k \in \{0, 1, \dots\}$ . O valor máximo, 2, é colocado em função da restrição sobre a capacidade dos armazéns associados às estações de trabalho, conforme o modelo da Fig-14b.

TABELA-4:  $\#J = \sum_{k=0}^2 k \cdot b_{n,p}(k)$

J	$\#J$	p	k	$b_{n,p}(k)$
2	0.225	0.225	0	0.775
			1	0.225
3	0.43125	0.43125	0	0.56875
			1	0.43125
4	0.45	0.225	0	0.600625
			1	0.34875
			2	0.050625
5	0.45	0.225	0	0.600625
			1	0.34875
			2	0.050625

Para  $J \geq 5$  não há alteração nos valores de  $b_{n,p}(k)$ . Note-se que para  $J = 2$  e 3 não há possibilidade de  $M(w-MC)=2$  e a expressão deste valor médio como soma ponderada não leva em conta o valor de  $k=2$ . Em função deste fato o cálculo da probabilidade do valor médio,  $p$ , é feita sobre um job e não sobre dois ou três.

### Passo [3] Determinação do peso das situações de conflito.

TABELA-5:  $w(c(k,m))$

J	k	c(k,m)	c(k,m)	$w(c(k,m))$	$w(c(k,m))$
2	0	c(0,1)	c(0,2)	0	1.0
	1	c(1,1)	c(1,2)	0.5	0.5
3	0	c(0,1)	c(0,2)	0	1.0
	1	c(1,1)	c(1,2)	0.5	0.5
4	0	c(0,1)	c(0,2)	0	1.0
	1	c(1,1)	c(1,2)	0.5	0.5
	2	c(2,1)	c(2,2)	0.5	0.5
5	0	c(0,1)	c(0,2)	0	1.0
	1	c(1,1)	c(1,2)	0.5	0.5
	2	c(2,1)	c(2,2)	0.5	0.5

Para  $N \geq 6$  a situação é idêntica à descrita para  $N=5$ .

### Passo [4]

$J = 1:$

Com um job no sistema não existem situações de colisão. O desempenho do sistema é ditado por  $D(N)=0.125\lambda$ .

$J = 2:$

$$\begin{aligned}
 D(N) &= b_{1,p}(0) \cdot [w(c(0,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(0,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &+ b_{1,p}(1) \cdot [w(c(1,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(1,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &= 0.775 \cdot [0.0 \cdot 0.2 + 1.0 \cdot 0.225] \\
 &+ 0.225 \cdot [0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.225] \\
 &= 0.2109375\lambda
 \end{aligned}$$

$J = 3:$

$$\begin{aligned}
 D(N) &= b_{1,p}(0) \cdot [w(c(0,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(0,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &+ b_{1,p}(1) \cdot [w(c(1,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(1,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &= 0.56875 \cdot [0.0 \cdot 0.2 + 1.0 \cdot 0.375] \\
 &+ 0.43125 \cdot [0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.375] \\
 &= 0.33726\lambda
 \end{aligned}$$

$J = 4:$

$$\begin{aligned}
 D(N) &= b_{1,p}(0) \cdot [w(c(0,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(0,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &+ b_{1,p}(1) \cdot [w(c(1,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(1,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &+ b_{1,p}(2) \cdot [w(c(2,1)) \cdot D(N)_{cc} + w(c(2,2)) \cdot D(N)_{sc}] \\
 &= 0.600625 \cdot [0.0 \cdot 0.2 + 1.0 \cdot 0.4] \\
 &+ 0.34875 \cdot [0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.4] \\
 &+ 0.050625 \cdot [0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.4] \\
 &= 0.36\lambda
 \end{aligned}$$

A Fig-16 mostra os valores do desempenho para o caso esperado.

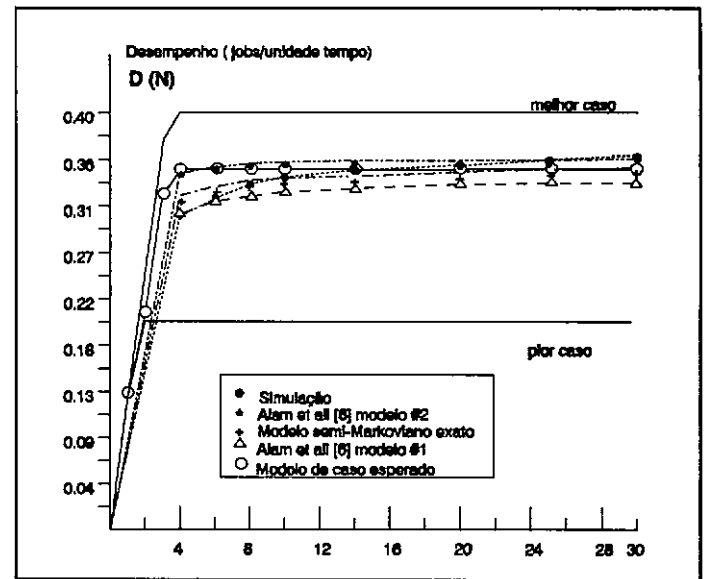


Figura 16 - Plotagem do caso esperado

## 5 - CONCLUSÃO

Apresentou-se um conjunto de primitivas baseadas em Redes de Petri temporizadas para a modelagem da utilização de recursos em sistemas flexíveis de manufatura. Equações de fluxo estabelecem a relação entre a rede (estrutura, marcação inicial e tempo de permanência de marcas) e os parâmetros quantitativos do sistema modelado: desempenho, gargalos, índices de utilização e população média. A um custo computacional baixo pode ser determinado o melhor e o pior caso para o sistema. Refinando a análise e elevando o custo computacional é possível determinar o caso esperado.

A determinação dos limites de desempenho (melhor e pior caso) tem valor prático limitado se o número de recursos endereçáveis for significativo. Dentro do processo de *screening* de

alternativas os valores limites permitem eliminar as alternativas catastróficas  $A_i$  onde o melhor caso para  $A_i$  está próximo ao pior caso de outras alternativas. Ainda no processo de *screening*, o método de aproximação para o caso esperado permite uma ulterior redução no número de alternativas remanescentes. No processo de *selection* a limitação dos modelos analíticos é ditada pelo número de recursos endereçáveis a serem modelados para obter uma descrição mais ou menos fiel da realidade.

A análise quantitativa de sistemas com posse simultânea de recursos foi abordada pelo método dos *surrogates* por Jacobson *et alii* (1982). O problema não é crítico se as unidades de recursos de um mesmo tipo forem indistinguíveis. O problema surge quando jobs solicitam ocorrências de um tipo de recurso segundo uma matriz de probabilidade de referência. Mesmo neste caso, se matriz de referência das solicitações aos recursos endereçáveis for equiprovável, o problema do custo computacional é contornável pelo uso dos números de Stirling no cálculo das probabilidades das colisões. No caso estudado, se as duas estações forem indistinguíveis para os jobs que as solicitam, não haverá situação de colisão e a análise restringe-se a um estado com desempenho  $D(N) = 0.4\lambda$ . Por outro lado, num sistema com quatro estações endereçáveis e distinguíveis, a análise deve levar em conta quatro estados básicos: colisão total, colisão sobre duas máquinas, colisão sobre três e não colisão. Ainda, se a capacidade dos armazéns locais das estações for maior que um, há a explosão de estados: cada situação de colisão deverá ser analisada para o conjunto de valores que originam um determinado valor médio  $\#J$  de jobs envolvidos na concorrência.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alam, M. *et alii*. (1985), Performance Modeling and Evaluation of Flexible Manufacturing Systems using Semi-Markov Approach, in Raouf, A. & Ahmed, S.I. eds, *Flexible Manufacturing Res. and Technology*, Elsevier, Amsterdam, 87-118.
- Jacobson, P. A. & E. D. Łazowska (1982), Analysing queueing networks with simultaneous resource possession, *Comm. ACM* 25, 142-151.
- Looveren, A.J. *et alii*, (1986), A Review of FMS Planning Models, in Kusiak, A. (ed.) *Modeling and Design of FMS*, Elsevier.
- Masip, R.F. (1988) *La Fábrica Flexible*, Marcombo, Boixareu Editores, Barcelona.
- Reisig, W.(1985) *Petri Nets: an Introduction*, Springer Verlag, Berlin.
- Richter, G. (), Clocks and their use for time modeling, In: Sernadas, A. *et alii* eds. *Information Systems, Theoretical and Formal Aspects*, North-Holland, Amsterdam, pp 9-66.

Tazza, M., (1987) Quantitative analysis of a resource allocation problem: a net theory based proposal, in Voss, Genrich & Lautenbach (eds.) *Advances on Petri Nets APN87*, Springer Verlag, Berlin.

Tazza, M.,(jan. 1988) *Análise Quantitativa de Sistemas*, Edição EBAI, Curitiba.

Tazza, M., (set/out 1991), Modelagem e Análise de uma Célula de Manufatura. *Controle & Automação, Revista da SBA*, vol. 3 , n. 2, pp 352-369.

### Apoio Financeiro:

CNPq, proc. 305504/85-1

FINEP, conv. 52.90.0165.00

CNPq/PCDT, proc. 680019 / 92-0