

---

# Um Modelo Matemático Dinâmico para Determinação de Temperaturas de um Motor de Indução Trifásico de Rotor em Gaiola

Ernesto Ruppert Filho\* e Edwin Avólio\*\*

\*DSCE/FEE/UNICAMP

\*\*DET/UNESP - Bauru

---

**Resumo** Desenvolveu-se um modelo matemático dinâmico elétrico e térmico para um motor de indução trifásico de rotor em gaiola com a finalidade de uso em simulações digitais, para determinação das temperaturas de suas partes, durante o funcionamento em qualquer tipo de regime de carga e de alimentação.

O modelo utiliza como dados, aqueles encontrados em catálogos de fabricantes e outros poucos que não estão em catálogos, mas que podem ser fornecidos pelos fabricantes antes da aquisição dos motores e considera a ação do efeito pelicular sobre os parâmetros do rotor e a influência da temperatura sobre as resistências elétricas dos enrolamentos. Sua precisão foi verificada utilizando um sistema experimental montado em laboratório.

Apresenta-se resultados experimentais e de simulações para um motor de 3cv e resultados de simulações para um motor de 50cv.

## A Dynamic Mathematical Model for Three-phase Squirrel-cage Induction Motor Temperature Calculation

**Abstract** An electrical and thermal mathematical dynamic model for a three-phase squirrel-cage induction motor is developed to be used in motor parts temperature calculation, during its operation at any load duty and source voltage types.

The model uses motor manufacturers bulletin data as input and also some other data, that are not presented in the bulletins, but that can be easily provided by the manufacturers before motor purchase. It takes into account the skin effect on the rotor parameters and the effect of temperature changings on the winding electrical resistances. Its accuracy was checked in a laboratory experimental system.

Experimental and simulation results are presented for a 3HP motor and also simulation results are presented for a 50HP motor.

## 1 - INTRODUÇÃO

Dentre os mais importantes trabalhos de engenharia, destaca-se o de especificação dos equipamentos a serem utilizados nos sistemas. Para isso o profissional usa, frequentemente, os catálogos dos fabricantes desses equipamentos.

No caso dos motores elétricos, além dos requisitos elétricos e mecânicos a serem satisfeitos, é necessário também verificar se o motor a ser especificado suportará a elevação de temperatura a que estará sujeito, devido ao regime de funcionamento e ao tipo de alimentação a que estará submetido.

Em Ruppert Filho *et alii* (1990) foi apresentado um modelo matemático dinâmico elétrico e térmico para cálculo de temperaturas nas diversas partes de um motor de indução de rotor em gaiola. Tanto o efeito pelicular como o efeito da temperatura sobre os parâmetros do motor foram considerados e o modelo se aplicava bem a motores de grande porte, operando continuamente, no regime  $S_1$ , de acordo com as normas técnicas NBR 7094 (1981) e IEC 34-1 (1993), alimentados com tensão alternada senoidal.

---

\* Artigo submetido em 17/02/94

1ª revisão em 05/05/94; 2ª revisão em 20/09/94; 3ª revisão em 30/01/95  
Aceito sob recomendação do Ed.Cons. Prof.Dr. Edson Watanabe

Os resultados obtidos naquele trabalho foram comparados com resultados experimentais relatados em sua bibliografia e havia algumas imperfeições no modelo ou nos resultados experimentais utilizados. Não houve qualquer trabalho experimental para testar a validade do modelo.

Em Avólio (1992) e em Ruppert Filho e Avólio (1994) o modelo anterior foi melhorado, os resultados de simulações, para os diversos regimes de operação com tensão alternada senoidal, de  $S_1$  a  $S_7$ , foram comparados com resultados experimentais obtidos em laboratório, para motores de pequeno porte, mostrando precisão muito boa.

Neste trabalho apresenta-se de maneira resumida o que foi apresentado nas referências anteriores, acrescentando-se alguns resultados obtidos para regimes intermitentes de carga, com a máquina alimentada por inversor (tensão não senoidal).

O modelo matemático dinâmico pode ser usado, agora, para especificar, de maneira mais precisa e não conservativa, como normalmente é feito, motores de fabricação seriada, com dados constantes nos catálogos de seus fabricantes, para qualquer tipo de acionamento em regime contínuo ou intermitente, com o motor alimentado a partir da rede elétrica (alimentação senoidal) ou a partir de inversores (alimentação não senoidal), através de resultados obtidos em simulações da operação da máquina tanto em regime permanente como transitório.

## 2 - MODELO DO SUBSISTEMA ELÉTRICO DO MOTOR

O modelo elétrico do motor é baseado no circuito equivalente por fase, da figura 1, que é o modelo convencionalmente usado, Fitzgerald *et alii* (1992), onde  $R_1$  e  $R_2$  variam com a temperatura e  $X_2$  e  $X_2$  variam com a frequência da tensão de alimentação devido ao efeito pelicular.  $V$  é o módulo da tensão de 1 fase,  $I_1$  é o módulo da corrente de estator e  $I_2$  é o módulo da corrente de rotor vista do lado do estator. A velocidade angular da tensão de alimentação do motor será representada por  $\omega_s$ .

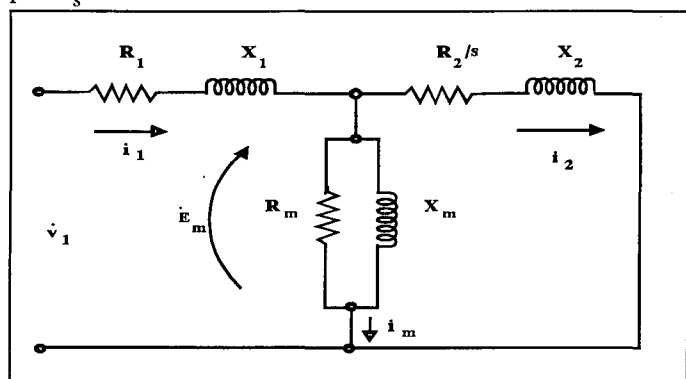


Figura 1 - Circuito equivalente do motor.

Os catálogos dos fabricantes de motores fornecem os valores do fator de potência e do rendimento a 100%, 75% e 50% de carga, bem como o escorregamento a 100% de carga.

Com esses valores é possível calcular os conjugados motores, as correntes de estator a 100%, 75% e 50% de carga e desenhar a curva (reta) que representa as perdas no estator em função do quadrado da corrente no estator ( $W_e \times I_1$ ). A equação (1) permite a obtenção de  $R_1$  e de  $R_m$  através de dois pontos da curva anteriormente mencionada.

$$W_e = 3R_1 I_1^2 + \frac{3V_1^2}{R_m} \quad (1)$$

Como o conjugado de partida ( $C_p$ ) e a corrente de partida ( $I_p$ ) são, também, dados de catálogo a equação (2) permite calcular a resistência elétrica do enrolamento de rotor na partida ( $R_{2p}$ )

$$R_{2p} = \frac{C_p \omega_s}{3I_p^2} \quad (2)$$

Na condição de partida a equação (3) pode ser escrita e combinada com a equação (4) permitindo a determinação de  $X_1$  e de  $X_{2p}$  (reatância de dispersão do enrolamento do rotor na partida).

$$\frac{V_1}{I_p} = \sqrt{(R_1 + R_{2p})^2 + (X_1 + X_{2p})^2} \quad (3)$$

$$X_1 = yX_{2p} \quad (4)$$

Os valores de  $y$  estão definidos em Fitzgerald e outros (1992). A corrente nominal no enrolamento do rotor, calculada como em Ruppert Filho e Avólio (1994), pode ser escrita como em (5)

$$I_{2n} = I_{1n} \cos \phi_{1n} \sqrt{1 + \left(\frac{s_n}{2s_m}\right)^2} \quad (5)$$

O valor de  $s_m$  (escorregamento onde o conjugado é máximo  $C_m$ ) é dado por (6) e a resistência elétrica do enrolamento do rotor, para condições nominais, por (7). Os valores de  $C_m$  e de  $C_n$  são disponíveis nos catálogos.

$$s_m = s_n \left( C_m + \sqrt{C_m^2 - 1} \right) \quad (6)$$

$$R_{2n} = \frac{s_n}{1 - s_n} \frac{P_n}{3I_{2n}^2} \quad (7)$$

( $P_n$  é a potência nominal em  $\omega$ )

Do circuito elétrico pode-se obter o valor da reatância de dispersão do enrolamento do rotor nas condições nominais de funcionamento ( $X_{2n}$ ).

$$X_{2n} = \sqrt{\left(\frac{E_m}{I_{2n}}\right)^2 \left(\frac{R_{2n}}{s_n}\right)^2} \quad (8)$$

Observe-se que:

$$\dot{E}_m = \dot{V}_1 - (R_1 + jX_1)\dot{I}_1 \quad (9)$$

O balanço de potência reativa na máquina permite obter o valor de  $X_m$

$$Q_m = P_n \text{tg}\phi_{1n} - 3X_{1n}I_{1n}^2 - 3X_{2n}I_{2n}^2 \quad (10)$$

$$X_m = \frac{3E_m^2}{Q_m} \quad (11)$$

Onde  $P_n$  = potência elétrica nominal do motor e  $\cos\phi_n$  é o fator de potência nominal do motor.

Observa-se que todos os parâmetros ( $R_1, R_m, R_{2p}, X_{2p}, R_{2n}, X_{2n}$  e  $X_m$ ) foram calculados com dados fornecidos em catálogos de fabricantes.

Devido ao efeito pelicular, os valores dos parâmetros do enrolamento do rotor, que é construído em barras de alumínio ou de cobre, variam com a frequência da fem induzida no rotor. Para representar essas variações dos parâmetros o modelo matemático apresentado em Sá (1989), baseado em Kostenko *et alii* (1969), é utilizado.

$$R_2(s) = R_{20} \exp(g_r \sqrt{s}) \quad (12)$$

$$X_2(s) = X_{20} \exp(g_x \sqrt{s}) \quad (13)$$

onde:

$$R_{20} = \frac{R_{2p}}{\exp(g_r)} \quad X_{20} = \frac{X_{2p}}{\exp(g_x)} \quad (14)$$

$$g_r = \frac{\ln\left(\frac{R_{2p}}{R_{2n}}\right)}{1 - \sqrt{s_n}} \quad g_x = \frac{\ln\left(\frac{X_{2p}}{X_{2n}}\right)}{1 - \sqrt{s_n}} \quad (15)$$

As resistências dos enrolamentos de estator e de rotor variam com a temperatura em cada enrolamento. O modelo matemático adotado para representar essa variação é o mostrado na equação (16), para uma resistência elétrica genérica.

$$R(\theta) = R(\theta_{ref}) \left[ 1 + \alpha_{\theta_{ref}} (\theta - \theta_{ref}) \right] \quad (16)$$

Nesta equação, a temperatura de referência ( $\theta_{ref}$ ) é, em geral, 75°C e  $\alpha_{\theta_{ref}}$  é o coeficiente de temperatura do material

condutor na temperatura de referência. As perdas Joule nos enrolamentos são calculadas por (17)

$$P_{j1} = 3R_1(\theta)I_1^2 \quad P_{j2} = 3R_2(\theta)I_2^2 \quad (17)$$

As perdas totais no ferro da máquina ( $P_{fe}$ ) podem ser calculadas pela equação (18)

$$P_{fe} = \frac{3E_m^2}{R_m} \quad (18)$$

As perdas no ferro podem ser separadas entre estator e rotor usando a experiência descrita em Zhu *et alii* (1990) ou seja:

$$P_{fe1} = k_1 P_{fe} \quad P_{fe2} = k_2 P_{fe} \quad (19)$$

$k_1 = k_2 = 0,5$  para tensão de alimentação senoidal

$k_1 = 0,4$  e  $k_2 = 0,6$  para tensão de alimentação não-senoidal.

### 3 - MODELO DO SUBSISTEMA TÉRMICO DO MOTOR

O modelo térmico do motor é representado pelos circuitos térmicos equivalentes mostrados nas figuras 2 e 3. Os circuitos são desacoplados baseado na hipótese de que o entreferro funciona como um isolante térmico entre estator e rotor.

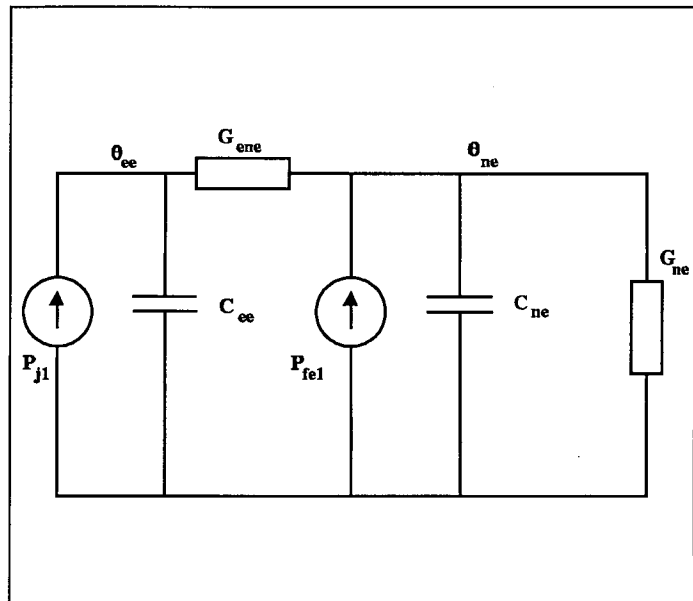


Figura 2 - Circuito térmico do estator.

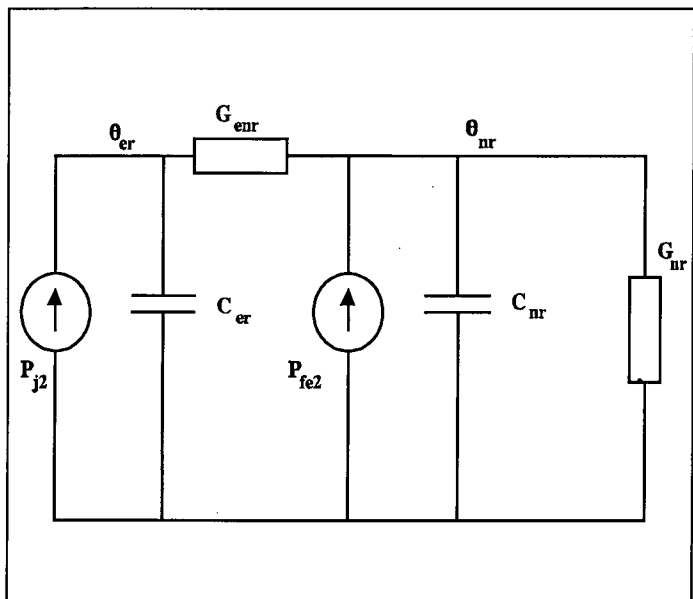


Figura 3 - Circuito térmico do rotor.

Os circuitos térmicos são compostos por dois corpos cada um, o enrolamento e o núcleo. O maior interesse recai sobre os enrolamentos, que possuem materiais isolantes, os quais limitam bastante a temperatura máxima que os enrolamentos podem suportar.

As características térmicas que definem cada corpo são: a) capacidade térmica que representa a propriedade do corpo de armazenar calor, análogo da capacitância elétrica, b) condutân-

cia térmica que representa a propriedade do corpo de transferir calor, análogo da condutância elétrica.

A elevação da temperatura de cada corpo em relação ao ambiente, denotada por  $\Theta$ , é análoga da tensão no respectivo capacitor, as potências dissipadas nos enrolamentos ( $P_{j1}$  e  $P_{j2}$ ) e as perdas magnéticas nos núcleos ( $P_{fe1}$  e  $P_{fe2}$ ) são fontes de correntes.

As equações diferenciais que descrevem o modelo matemático térmico dinâmico do motor são as de (20) a (23)

$$P_{j1} = C_{ee} \frac{d\theta_{ee}}{dt} + G_{ene}(\theta_{ee} - \theta_{ne}) \quad (20)$$

$$P_{fe1} + G_{ene}(\theta_{ee} - \theta_{ne}) = C_{ne} \frac{d\theta_{ne}}{dt} + G_{ne}\theta_{ne} \quad (21)$$

$$P_{j2} = C_{er} \frac{d\theta_{er}}{dt} + G_{enr}(\theta_{er} - \theta_{nr}) \quad (22)$$

$$P_{fe2} + G_{enr}(\theta_{er} - \theta_{nr}) = C_{nr} \frac{d\theta_{nr}}{dt} + G_{nr}\theta_{nr} \quad (23)$$

Os índices *ee*, *er*, *ne*, *nr* nas capacitâncias, condutâncias e temperaturas representam enrolamento de estator, de rotor, núcleo de estator e de rotor respectivamente. A literatura (Zhu *et alii*, 1990) mostra modelos térmicos mais sofisticados, que exigem o conhecimento de características específicas de projeto como dimensões, forma e material das barras de rotor, comprimento e diâmetro do estator e do rotor, características dos enrolamentos e da ventilação.

Esses dados jamais são apresentados em catálogos de fabricantes e, dificilmente, são fornecidos antes da compra do motor de modo que, na fase de especificação do motor, eles não estão disponíveis.

As capacidades térmicas são dadas pelas expressões de (24) a (27), que dependem das massas dos enrolamentos e dos núcleos. Essas massas não constam dos dados de catálogos mas podem ser fornecidas pelos fabricantes antes da compra do motor. Deve-se considerar também que, dispondo desses dados de um fabricante apenas, eles servirão para motores de outros fabricantes se estes forem padronizados pelas mesmas normas técnicas, como em geral ocorre com as normas da ABNT no Brasil, da IEC na Europa e da NEMA nos Estados Unidos. Em Sá (1989) é apresentada uma tabela de massas para motores de alta e baixa tensão com carcaça maior do que a 315, normalizadas pela ABNT e IEC.

$$C_{ee} = c_{ee} m_{ee} \quad (24)$$

$$C_{ne} = c_{ne} m_{ne} \quad (25)$$

$$C_{er} = c_{er} m_{er} \quad (26)$$

$$C_{nr} = c_{nr} m_{nr} \quad (27)$$

As grandezas  $c_{ee}$ ,  $c_{er}$ ,  $c_{ne}$ ,  $c_{nr}$  são, respectivamente, os calores específicos dos materiais que constituem os condutores do

estator e do rotor e os materiais que constituem o núcleo do estator e do rotor.

As condutâncias são calculadas como se mostra a seguir:

Condutância que representa a transmissão de calor entre o enrolamento e o núcleo do estator ( $G_{ene}$ ). Da equação (20), com o motor operando em regime permanente, nas condições nominais, pode-se escrever:

$$G_{ene} = \frac{P_{j1n}}{\theta_{ee} - \theta_{ne}} = \frac{P_{j1n}}{\Delta\theta_{ene}} \quad (28)$$

onde  $P_{j1n}$  são as perdas joule no enrolamento de estator nas condições nominais e  $\Delta\theta_{ene}$  é tomada como a diferença entre a temperatura do ponto mais quente do enrolamento do estator e a temperatura média do enrolamento (Lobosco e Dias, 1988). Para motores classe F,  $\Delta\theta_{ene} = 15^\circ\text{C}$ , para os de classe B,  $\Delta\theta_{ene} = 10^\circ\text{C}$ .

Condutância que representa a transmissão de calor entre o núcleo do estator e o meio ambiente ( $G_{ne}$ ). Das equações (20) e (21), com o motor operando em regime permanente, nas condições nominais, pode-se escrever:

$$G_{ne} = \frac{P_{j1n} + P_{fe1n}}{\theta_{ne}} \quad (29)$$

$\theta_{ne}$  é considerada como sendo a elevação média de temperatura do núcleo de estator (NBR 7094, 1981). Para máquinas de classe F,  $\theta_{ne}$  vale  $100^\circ\text{C}$ , para a classe B,  $80^\circ\text{C}$ .

Condutância que representa a transmissão de calor entre o enrolamento do rotor e o núcleo do rotor ( $G_{enr}$ ). Da equação (22), com o motor operando em regime permanente, nas condições nominais, pode-se escrever:

$$G_{enr} = \frac{P_{j2n}}{\theta_{er} - \theta_{nr}} = \frac{P_{j2n}}{\Delta\theta_{enr}} \quad (30)$$

$\Delta\theta_{enr}$  é tomada como a diferença entre os valores admissíveis de temperatura para o enrolamento do rotor (Kostenko, 1969) e para o núcleo do rotor (NBR 7094, 1981). Para motores classe F,  $\Delta\theta_{enr}$  vale  $15^\circ\text{C}$  e para classe B,  $10^\circ\text{C}$ .

Condutância que representa a transmissão de calor entre o núcleo do rotor e o meio ambiente ( $G_{nr}$ ). Das equações (22) e (23), com o motor operando em regime permanente, nas condições nominais, pode-se escrever:

$$G_{nr} = \frac{P_{j2n} + P_{fe2n}}{\theta_{nr}} \quad (31)$$

$\theta_{nr}$  é definido pela (NBR 7094, 1981). Para classe F  $\theta_{nr}$  vale  $100^\circ\text{C}$ , para a B,  $80^\circ\text{C}$ .

O tipo de ventilação do motor afeta as constantes de tempo térmicas que aparecem na solução do conjunto de equações (20) a (23). Eder (1974) estabelece um fator de ventilação  $k_v$  que é usado para alterar as constantes de tempo térmicas que, genericamente, podem ser denotadas por  $\tau$  e  $\tau'$ .

$$\tau' = k_v \tau \quad (32)$$

Como  $\tau = \frac{G}{C}$  para obter-se valores adequados para  $\tau'$

pode-se alterar a condutância G fazendo

$$G' = k_v G \quad (33)$$

O valor de  $k_v$  (Eder, 1974), para motores autoventilados, é dado por:

$$k_v = 0,3 + 0,7 \left( \frac{\omega_m}{\omega_n} \right)^{0,7} \quad (34)$$

onde  $\omega_m$  = velocidade angular instantânea do motor e  $\omega_n$  = velocidade angular nominal do motor. Para motores sem ventilação  $k_v = 0,3$  e para motores com ventilação forçada  $k_v = 1,0$ .

#### 4 - MODELO DINÂMICO DO SISTEMA

As equações diferenciais de (20) a (23) são resolvidas numericamente juntamente com a equação mecânica:

$$\frac{d_s}{d_t} = \frac{C_m - C_c}{\omega_s J_t} \quad (35)$$

onde  $s$  = escorregamento do motor,  $C_m$  = conjugado do motor,  $C_c$  = conjugado da carga,  $\omega_s$  = velocidade angular síncrona e  $J_t$  = soma dos momentos de inércia do motor e da carga. As expressões para o conjugado do motor e da carga são:

$$C_m = \frac{3V_1^2 R_2}{s \omega_s \left[ \left( R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X_2)^2 \right]} \quad (36)$$

$$C_c = k_c [\omega_s (1 - s)]^x \quad (37)$$

onde  $k_c$  e  $x$  são definidos para cada tipo de carga. Na partida  $s(0) = 1$  e na frenagem  $s(0) = 2 - s - s_{op}$  onde  $s_{op}$  = escorregamento do motor no instante em que uma frenagem é iniciada.

Para a resolução das equações diferenciais (20 a 23) e (35) é necessária a determinação das perdas joule nos enrolamentos do estator e de rotor e das perdas ferro no estator e no rotor. Essas perdas são determinadas, a cada passo de integração, através da solução do circuito elétrico equivalente adequado que corresponde ao tipo de operação do motor naquele intervalo de tempo (partida, frenagem, operação em carga ou em vazio) e utiliza parâmetros de rotor convenientemente calculados de acordo com as expressões de (2) a (16).

A cada passo de integração das equações diferenciais um novo escorregamento é calculado bem como as elevações de temperatura. Os parâmetros do circuito equivalente adequado são corrigidos com a temperatura, a frequência e as novas perdas e elevações de temperaturas são calculadas até que as temperaturas apresentem convergência.

Este tipo de tratamento pode ser usado perfeitamente em regimes dinâmicos lentos desde que se utilize parâmetros adequados para cada tipo de operação.

#### 5 - ALIMENTAÇÃO NÃO SENOIDAL

Quando o motor de indução for alimentado por tensão não senoidal, como é no caso de inversores, os efeitos das componentes harmônicas de tensão, presentes nas suas saídas podem ser obtidos através da utilização do circuito elétrico equivalente do motor (figura 4) e do princípio da superposição

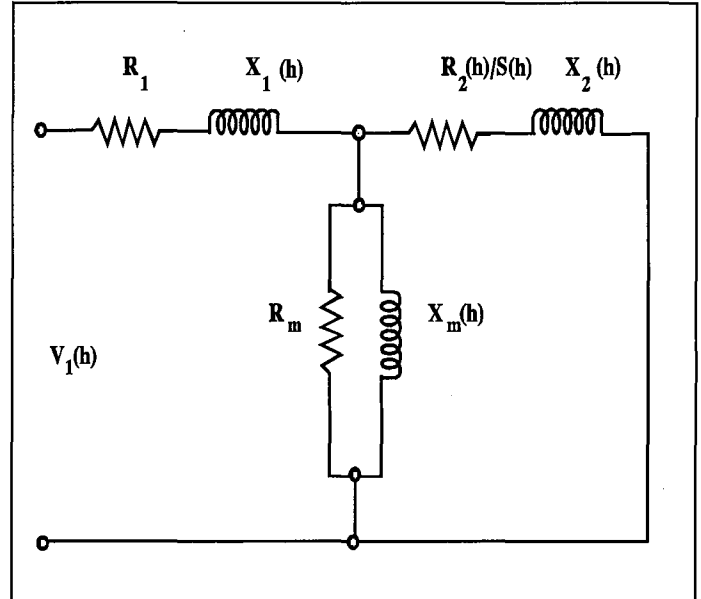


Figura 4 - Circuito elétrico equivalente do motor para alimentação não senoidal.

A análise do desempenho do motor pode ser obtida através da resolução de uma série de circuitos elétricos equivalentes independentes, alimentados pelas componentes harmônicas da tensão de saída do inversor com suas respectivas frequências (Klingshirm, 1968 e Chalmers e Sarkar, 1968).

De modo geral, a forma de onda da tensão de saída dos inversores de tensão tem um conteúdo harmônico cuja ordem das componentes é:

$$h = 3n \pm 1 \quad ; \quad n = 2,4,6,\dots \quad (38)$$

Os sinais (+ e -) representam, respectivamente, campo girante em sentido oposto ao da fundamental e campo girante no sentido da fundamental. Para  $n = 2$  tem-se  $h = 5$  (componente girando em sentido contrário ao da fundamental) e  $h = 7$  (componente girando no mesmo sentido da fundamental). A frequência de cada componente é dada por (39) em relação à frequência da fundamental.

$$f_1(h) = h f_1(1) \quad (39)$$

A velocidade síncrona da componente h será:

$$\omega(h) = \frac{4\pi f_1(h)}{p} \quad (40)$$

onde  $p$  = número de pólos da máquina.

O escorregamento será:

$$s(h) = \frac{\omega_s(h) - \omega_m}{\omega_s(h)} = 1 \pm \frac{1 - s(1)}{h} \quad (41)$$

Através da resolução do circuito equivalente elétrico para cada uma das componentes harmônicas determina-se as potências dissipadas totais a serem utilizadas no circuito térmico, bem como as perdas ferro nos núcleos.

$$P_{j1t} = 3R_1 \sum_{h=1}^n [I_1(h)]^2 \quad (42)$$

$$P_{j2t} = 3 \sum_{h=1}^n R_2(h) I_2^2(h) \quad (43)$$

onde:

$$R_2(h) = R_{20} [1 + \alpha_r \theta_{er}] \exp(g_r \sqrt{s(h)}) \quad (44)$$

As perdas totais no ferro são dadas por:

$$P_{fet} = 3R_m \sum_{h=1}^n I_m^2(h) \quad (45)$$

A separação é feita como em (19). As correntes nos enrolamentos são dadas por:

$$I_{1t} = \sqrt{\sum_{h=1}^n [I_1(h)]^2} \quad (46)$$

$$I_{2t} = \sqrt{\sum_{h=1}^n [I_2(h)]^2} \quad (47)$$

Com esses valores resolve-se o circuito equivalente e as equações do modelo térmico.

## 6 - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

A figura 5 apresenta um diagrama esquemático do sistema experimental utilizado para análise do comportamento e do desempenho do motor de indução sob diversos regimes de funcionamento com tensão de alimentação senoidal e não senoidal.

O sistema é composto por um motor de indução trifásico de 3cv. A carga é um ventilador em cuja entrada de ar foi instalado um dispositivo que permite o controle de vazão de ar, possibilitando a variação da potência mecânica solicitada do motor.

O inversor utilizado é comercial do tipo inversor de tensão por modulação em largura de pulso.

A medição de temperatura foi feita através de dois sensores colocados no núcleo do estator sendo, um junto ao enrolamento (sensor 2) e outro na superfície externa do pacote sensor 1 e de mais dois outros no núcleo do rotor sendo, um próximo à barra (sensor 4) e outro no interior do pacote sensor 3 (figura 6). Um quinto sensor é colocado no ar ambiente. As temperaturas dos núcleos magnéticos foram tomadas como a média aritmética entre as temperaturas sensoriadas pelos 2 sensores colocados em cada núcleo.

Os sensores são circuitos integrados com encapsulamento metálico que produzem correntes de saída proporcionais à tem-

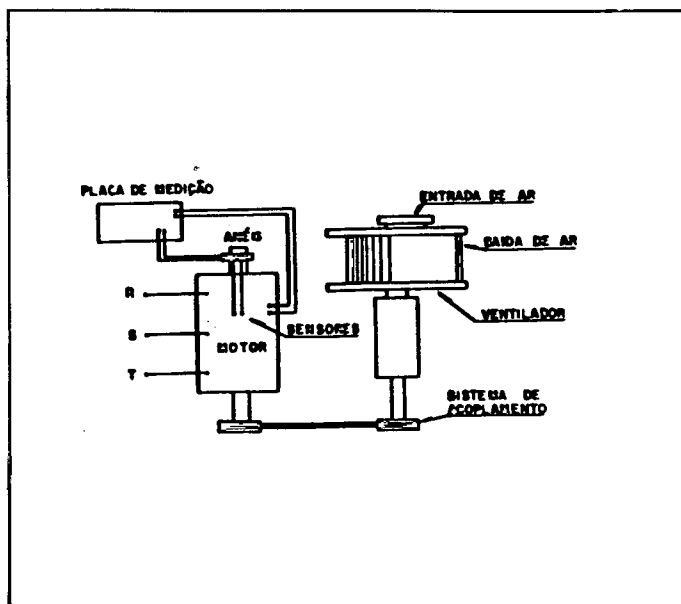


Figura 5 - Diagrama esquemático do sistema experimental.

peratura absoluta do elemento com o qual o sensor está em contato. Os sensores do rotor são ligados a escovas porém, são insensíveis a pequenas quedas de tensão por possuírem uma alta impedância para corrente de saída.

As temperaturas são adquiridas por um microcomputador através de uma placa de aquisição de dados.

## 7 - RESULTADOS

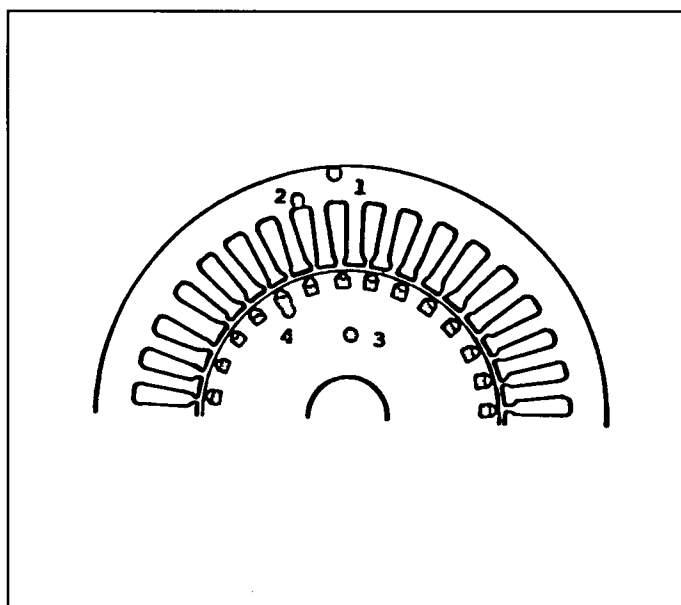


Figura 6 - Localização dos sensores de temperatura do motor.

As figuras 7 e 8 mostram as elevações de temperatura nos núcleos do estator e do rotor, obtidas experimentalmente e por simulação, para um motor de 3cv, utilizando o modelo proposto, para regime contínuo de funcionamento em carga nominal com alimentação senoidal a 60Hz.

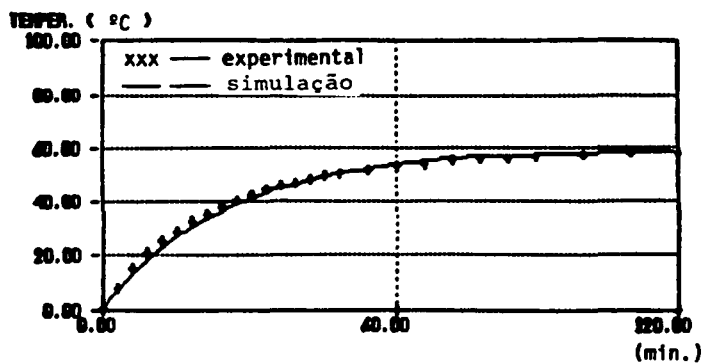


Figura 7 - Elevação de temperatura no núcleo do estator - regime contínuo - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 3cv.

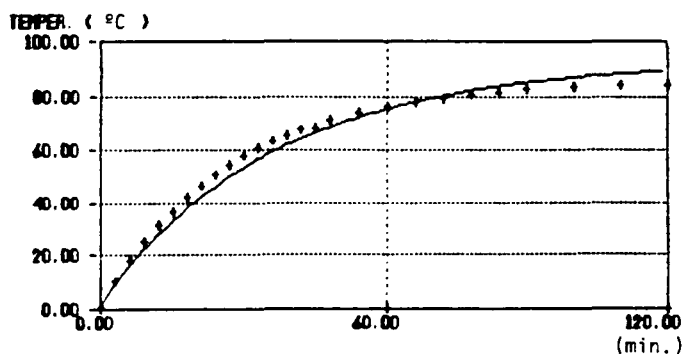


Figura 8 - Elevação de temperatura no núcleo do rotor - regime contínuo - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 3cv.

As figuras 9 e 10 mostram as mesmas elevações de temperatura, para funcionamento em regime intermitente, em que o motor foi submetido a 10 ciclos de carga, com duração de 15 minutos cada um. Durante 6 minutos o motor ficou submetido à carga nominal, durante 9 minutos ficou em repouso, partindo novamente, a seguir com carga nominal.

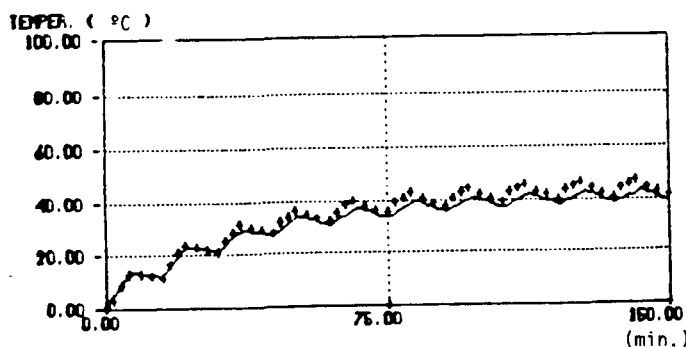


Figura 9 - Elevação de temperatura no núcleo do estator - regime intermitente - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 3cv.

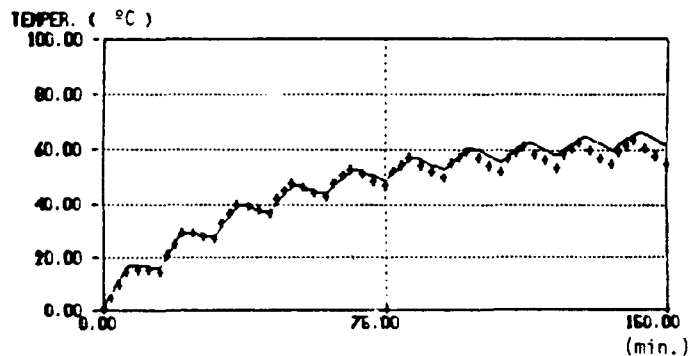


Figura 10 - Elevação de temperatura no núcleo do rotor - regime intermitente - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 3cv.

As figuras 11 e 12 mostram o mesmo caso das figuras 7 e 8, respectivamente, porém com alimentação não senoidal em 60Hz (inversor).

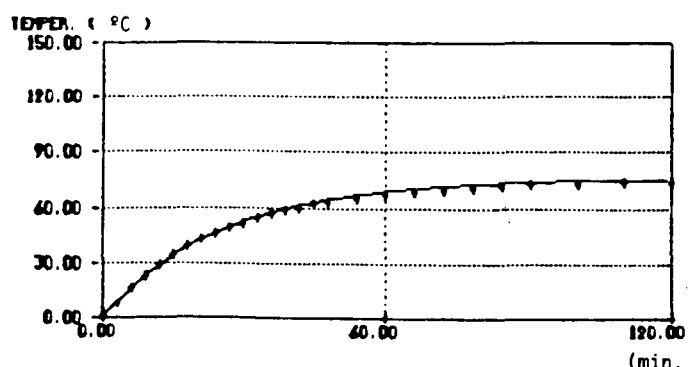


Figura 11 - Elevação de temperatura no núcleo do estator - regime contínuo - tensão de alimentação não senoidal (60Hz) - motor 3cv.

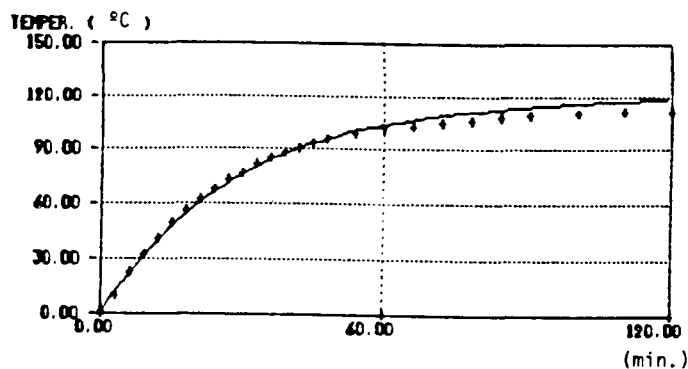


Figura 12 - Elevação de temperatura no núcleo do rotor - regime contínuo - tensão de alimentação não senoidal (60Hz) - motor 3cv.

As figuras 13 e 14 mostram as mesmas elevações de temperatura anteriores para um regime contínuo, periódico, com variação de velocidade. O motor foi submetido a 7 ciclos de operação com duração de 18 minutos sendo que durante 9 minutos foi alimentado por tensão de linha de 130V, 30Hz e durante 9 minutos alimentado por 220V, 60Hz. A partida é feita em 30Hz.

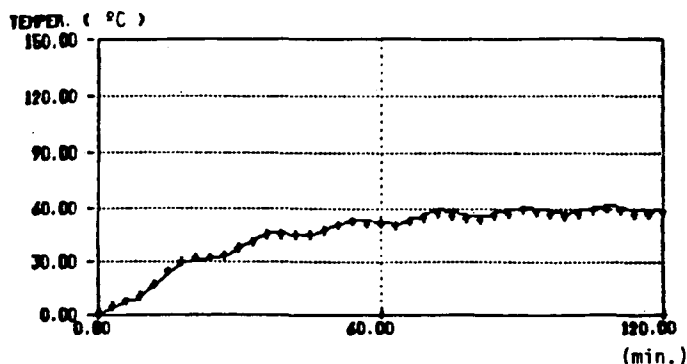


Figura 13 - Elevação de temperatura no núcleo do estator - regime contínuo, periódico, com variação de velocidade - tensão de alimentação não senoidal (60/30Hz) - motor 3cv.

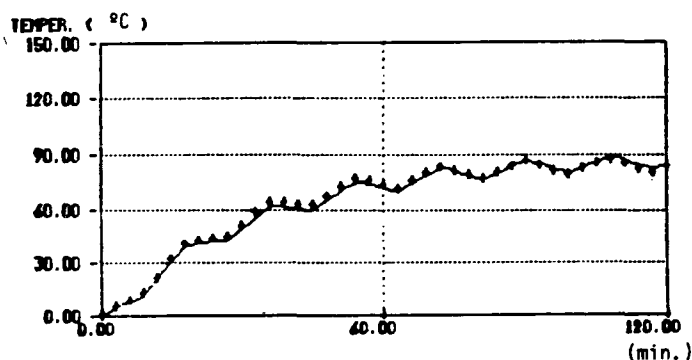


Figura 14 - Elevação de temperatura no núcleo do rotor - regime contínuo, periódico, com variação de velocidade - tensão de alimentação não senoidal (60/30Hz) - motor 3cv.

As figuras 15 e 16 mostram as elevações de temperaturas no enrolamento e núcleo do estator e no enrolamento e núcleo do rotor para um regime de funcionamento contínuo em carga nominal com tensão de alimentação senoidal (60Hz), para motor trifásico de 50cv.

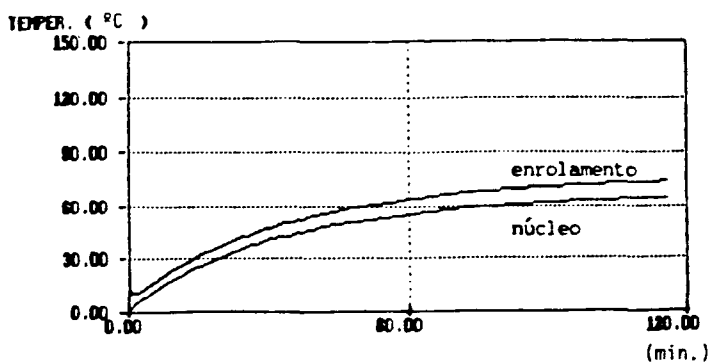


Figura 15 - Elevação de temperatura no enrolamento e no núcleo do estator regime contínuo - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 50cv.

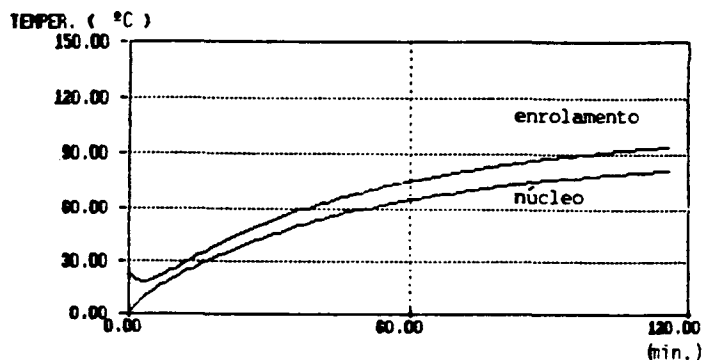


Figura 16 - Elevação de temperatura no enrolamento e no núcleo do rotor regime contínuo - tensão de alimentação senoidal (60Hz) - motor 50cv.

As figuras 17 e 18 mostram as elevações de temperatura no enrolamento e no núcleo do estator e no enrolamento e núcleo do rotor para um regime de funcionamento contínuo com velocidade variável, com alimentação não senoidal em 60Hz.

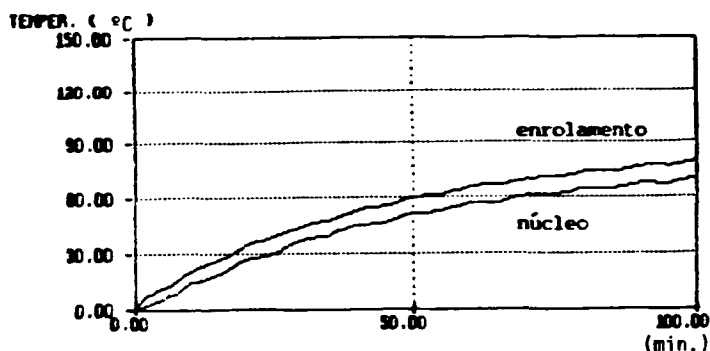


Figura 17 - Elevação de temperatura no enrolamento e no núcleo do estator - regime contínuo com velocidade variável - tensão de alimentação não senoidal (60/50Hz) - motor 50cv.

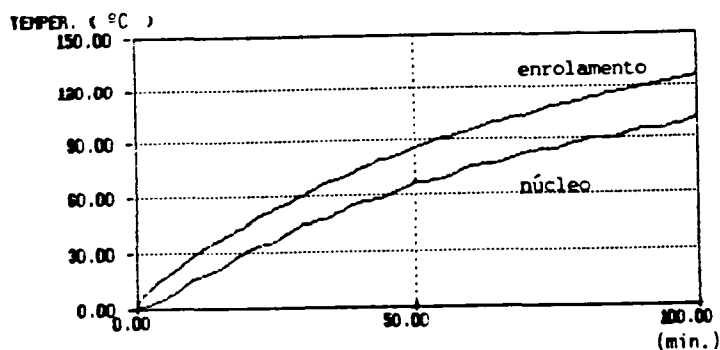


Figura 18 - Elevação de temperatura no enrolamento e no núcleo do rotor - regime contínuo com velocidade variável - tensão de alimentação não senoidal (60/50Hz) - motor 50cv.

As figuras 19 e 20 mostram as mesmas elevações de temperaturas anteriores para um regime intermitente, periódico, com frenagem elétrica (10 ciclos de 10 minutos com fator de duração de 60%), alimentação senoidal em 60Hz.



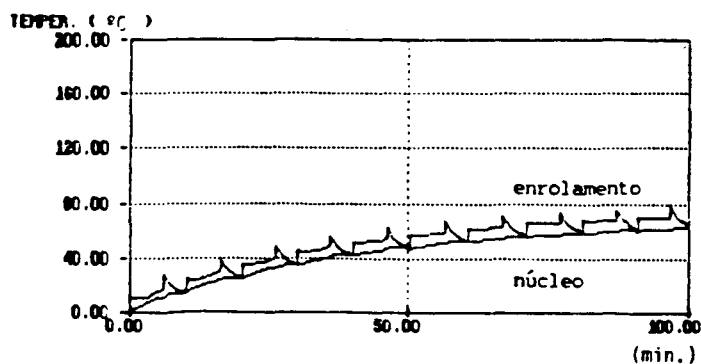


Figura 19 - Elevação de temperatura no enrolamento no núcleo do estator - regime intermitente - tensão de alimentação senoidal - motor de 50cv.

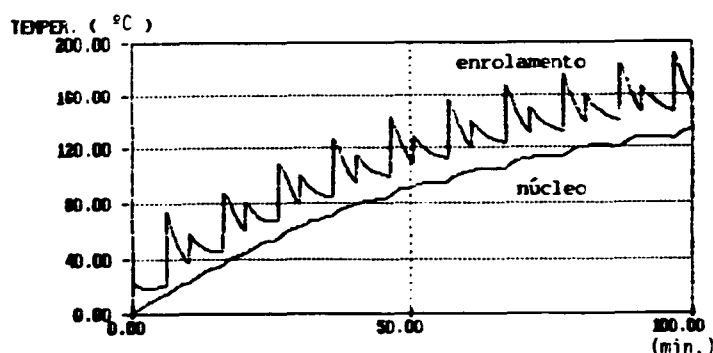


Figura 20 - Elevação de temperatura no enrolamento no núcleo do rotor - regime intermitente - tensão de alimentação senoidal - motor de 50cv.

## 8 - CONCLUSÕES

O trabalho apresentou um modelo matemático elétrico e térmico de um motor de indução trifásico de rotor em gaiola que se presta ao serviço de especificação de motores, dentre aqueles apresentados nos catálogos de fabricantes para um dado acionamento.

O modelo se mostrou razoavelmente preciso e confiável em ensaios de laboratório e, por se tratar de um modelo dinâmico, permite simulações de funcionamento de motores com cargas intermitentes sob alimentação senoidal ou não senoidal, através de inversores. É interessante notar, por exemplo, observando a figura 16 que um motor de 50cv, em funcionamento contínuo com carga nominal, apresenta elevação de temperatura de 90°C no enrolamento do rotor, que é o valor esperado. Entretanto, num regime com partidas e frenações como o da figura 20, a elevação de temperatura no enrolamento do rotor ultrapassa os 160°C o que impede o seu uso.

Cabe então a quem irá especificar o motor procurar, entre os motores de catálogo maiores do que 50cv, qual o menor motor capaz de ter bom desempenho térmico para esse regime de trabalho.

O engenheiro pode, com este modelo, especificar motores utilizando os catálogos de fabricantes e as informações das massas das diversas partes do motor que, em geral, são fornecidas pelo fabricante mesmo antes da compra do motor.

O modelo proposto é simples e próprio para utilização em microcomputadores, podendo ser usado também por fabricantes de motores para incrementarem seus catálogos com informações adicionais como massas, constantes de tempo térmicas, possibilidade de funcionamento em regimes críticos de operação e outras.

Alguns novos desenvolvimentos para melhorar a precisão e confiabilidade estão em andamento em outras pesquisas como: a) consideração de saturação magnética, b) utilização das equações de Park no modelo matemático ao invés do circuito equivalente, c) consideração de troca de calor através do entreferro, d) considerar as imprecisões apresentadas nos próprios dados dos catálogos dos fabricantes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Avólio, E. (1992). *Uma contribuição ao estudo do comportamento térmico e do desempenho elétrico de motores de indução com rotor em gaiola*. Tese de Doutorado, FEE/UNICAMP, Campinas, S.P, Brasil.
- Chalmers, B.J. and B.R. Sarkar (1968). Induction-motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms - *Proc. IEE*, vol. 115, nº 12, USA.
- Eder, Erich (1974). *Stromrichter zur Drehzahlsteuerung von Drehfeld-maschinen*, Siemens Aktiengesellschaft.
- Fitzgerald, A.E., C. Kingsley Jr. and S.D. Umans (1992). *Electric Machinery*. McGraw Hill, Singapore.
- IEC 34-1 (1983). *Rotating Electrical Machines - Part 1: Rating and Performance*, 8<sup>th</sup> edition, Genève, Suisse.
- Klingshirm, E.A. and H.A. Jordan (1968). Polyphase induction motor performance and losses on nonsinusoidal voltage sources. *IEEE Trans. on PAS*, vol. 87, n 3, USA.
- Kostenko, M. and L. Piotrovsky (1969). *Electrical Machines*. MIR, Moscow, Russia.
- Lobosco, O.S. e J.L.P.C. Dias (1988). *Seleção e aplicação de motores elétricos*, vol. 1 e 2. McGraw Hill, São Paulo, Brasil.
- NBR 7094 (1981). *Máquinas elétricas girantes - Motores de indução - Especificação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, São Paulo, Brasil.
- Ruppert Filho, E., H. Arango and J.S. de Sá (1990). Analysis of squirrel-cage induction motor rotor bars thermal behavior". *Proc. of International Conference on Electrical Machines (ICEM'90)*, pp. 245-250, Massachusetts, USA.

- Ruppert Filho, E. and E. Avólio (1994). Squirrel-cage induction motor dynamics simulation using an electrical and thermal mathematical model based on manufacturer technical bulletins data and on technical standard statements. *International Journal of Energy Systems*, vol. 1, 1992, Canadá.
- Sá, J.S. (1989). *Contribuição à análise do comportamento térmico de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola*. Tese de Doutorado, FEE/UNICAMP, Campinas, S.P, Brasil.
- Zhu, D.S., G. Champenois and D. Roye (1990). Coupling of Electrical and Thermal Models of an Induction Motor for Performance Predictions. *Proc. of International Conference on Electrical Machines (ICEM'90)*, pp. 281-286, Massachusetts, USA.