

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO A NÍVEL DE RUÍDO PARA ESTRUTURAS DIGITAIS DE SEGUNDA ORDEM SEM CICLOS LIMITE

Mário Sarcinelli Filho & Ana Cristina Staut Simmer

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Universidade Federal do Espírito Santo

CTUFES - Caixa Postal 01-9011

29060-970 - Vitória - ES

Tel.: (027) 335-2644

Fax.: (027) 335-2650

E-mail: sarcinel@denise.ele.ufes.br

RESUMO O presente trabalho faz uma análise comparativa do nível de ruído na saída de filtros digitais na forma paralela, para qualquer tipo de espectro, com banda passante de largura variável, usando três importantes estruturas de segunda ordem. Um primeiro trabalho neste sentido foi recentemente apresentado, no qual a avaliação limitou-se ao caso de espectros passa-baixas, visto que a variação da largura da banda passante era feita via as transformações espectrais de Constantinides, aplicáveis apenas a filtros protótipos passa-baixas. Tal avaliação é agora estendida aos demais espectros (passa-altas, passa-banda e rejeita-banda), e são usadas novas transformações espectrais, aplicáveis a filtros protótipos quaisquer, também aqui desenvolvidas. Dado um filtro específico, o objetivo é variar a largura da banda passante, através de transformações espectrais adequadas, sintetizar o filtro e então determinar a variância relativa do ruído na sua saída, para cada filtro transformado e para cada uma das três estruturas, com vistas a determinar faixas de frequência em que cada uma destas estruturas de segunda ordem é mais adequada.

Palavras-chave: Estruturas digitais de segunda ordem, Ruído de quantização, Ciclos limite.

ABSTRACT This work presents a comparative study of the output roundoff noise for variable passband edge frequencies and generic spectra (LP, HP, BP and BR) parallel form digital filters, which are based on three different second-order sections. In this sense, a first comparative study was recently presented, where only LP spectra were addressed. The spectral transformations used for varying the passband edge frequency was the classical Constantinides LP-LP transformation. That study is now generalized, regarding general prototype filters, for which new suitable first order spectral transformations are

developed. The main objective is, starting from a generic prototype filter, to vary the passband edge frequencies, to synthesize the filter and then to calculate the relative output roundoff noise variance for each structure and for each transformed filter. After that, for each bandwidth, it is possible to choose the most suitable second order section.

Keywords: Second-order digital-filter structures, Roundoff noise, Limit cycles.

1. INTRODUÇÃO

A classe das estruturas digitais no espaço de estados tem merecido destaque na literatura pelo baixo ruído que apresentam, notadamente nos casos de filtros de banda estreita (Sarcinelli Fo., 1990). Dentre tais realizações, destaca-se uma em particular, para a qual o ruído de quantização na saída é mínimo (Mullis e Roberts, 1976a), e, ainda mais, a variância do referido ruído é insensível a variações na largura da banda passante do filtro (Mullis e Roberts, 1976b). Entretanto, dada sua grande complexidade computacional, é normalmente usada uma solução de compromisso, implementando-se estruturas na forma cascata ou paralela com blocos de segunda ordem de mínimo ruído, cuja síntese é computacionalmente simples e rápida (Jackson *et alii*, 1979), ao contrário do que ocorre com a estrutura de ordem elevada (Mullis e Roberts, 1976a).

Por outro lado, a implementação de filtros digitais com palavra de comprimento finito também possibilita o surgimento de oscilações parasitas, os ciclos limite, absolutamente indesejáveis. A estratégia mais comumente usada para tratá-los é buscar estruturas particulares, cujas propriedades não

permitam o surgimento de ciclos limite tanto nos casos de entrada zero (Vaidyanathan e Liu, 1987), "overflow" (Claasen *et alii*, 1975) e entrada constante (Diniz e Antoniou, 1986; Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992). Este último caso tem sido abordado na literatura mais recente. Nesse sentido, o esforço de pesquisa tem se consolidado, com a propositura de algumas estruturas imunes a ciclos limite em qualquer situação, e que apresentam baixo nível de ruído na saída do filtro.

Dentro da perspectiva de selecionar estruturas imunes a ciclos limite e de baixo ruído, o presente trabalho investiga o desempenho de três estruturas de segunda ordem no espaço de estados, a saber a estrutura de mínimo ruído (ou estrutura ótima) (Jackson *et alii*, 1979), a estrutura imune a ciclos limite (Diniz e Antoniou, 1986) e a estrutura quase ótima imune a ciclos limite (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992), as quais estão nas Figuras 1, 2 e 3. O objetivo é compará-las, em termos do nível de ruído na saída, para diversos valores da largura de banda passante e diversos filtros protótipos. A variação da largura da banda passante é feita usando-se transformações espectrais de primeira ordem, aqui obtidas a partir das transformações clássicas de Constantinides (Constantinides, 1970; Schüsler, 1970), sendo que são tratados filtros de espectro genérico (passa-baixas, passa-altas, passa-banda e rejeita-banda). Nesse aspecto, este estudo complementa aquele apresentado em (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992), que só abordou o caso passa-baixas.

O artigo se compõe de uma seção em que as redes estudadas são rapidamente descritas, outra seção em que novas transformações espectrais são desenvolvidas, para filtros protótipos genéricos, e uma seção em que a comparação propriamente dita das estruturas é feita, mostrando-se vários exemplos para os quais a variância relativa do ruído na saída de um filtro paralelo, usando as três estruturas abordadas, é plotada versus a largura de banda do referido filtro.

2. DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS ADOTADAS

Os filtros digitais na forma paralela de blocos de segunda ordem são descritos pela função de transferência

$$H(z) = d + \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_{1i}z + \alpha_{0i}}{z^2 + \beta_{1i}z + \beta_{0i}} = d + \sum_{i=1}^N H_i(z) \quad (1)$$

onde d é o coeficiente de conexão direta entre a entrada e a saída da rede e N é o número de seções de segunda ordem. Observe-se que apenas o caso de filtros de ordem par é aqui considerado, sem perda de generalidade.

Para toda e qualquer seção de segunda ordem, a descrição no espaço de estados é dada por

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \quad (2a)$$

$$y[k] = Cx[k] \quad (2b)$$

onde cada valor das matrizes A (2×2), B (2×1) e C (1×2) descreve uma estrutura particular no espaço de estados, estados estes representados pelo vetor x (2×1).

A primeira estrutura a ser usada na implementação dos filtros sob análise é a chamada estrutura ótima ou estrutura de

mínimo ruído. Suas propriedades particulares são discutidas com detalhes, assim como sua síntese, em (Jackson *et alii*, 1979). Tal estrutura está representada na Figura 1. A nível deste trabalho, as propriedades que merecem destaque são a baixa variância relativa do ruído na sua saída, assim como sua imunidade a ciclos limite nos casos de entrada zero, quando é usada a quantização por truncamento em magnitude nas variáveis de estado (Vaidyanathan e Liu, 1987), e de "overflow", quando é utilizada a saturação aritmética (Claasen *et alii*, 1975). Estes são os únicos casos considerados neste trabalho.

Para determinar o valor dos parâmetros A , B e C que caracterizam a estrutura de mínimo ruído, primeiro seleciona-se (Jackson *et alii*, 1979)

$$A = \begin{bmatrix} a & -\delta \\ \delta & a \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde a e δ são a parte real e a parte imaginária do par de pólos complexos conjugados correspondente a $H_1(z)$ (o estudo também se restringirá ao caso em que os pólos ocorrem em pares complexos conjugados, que é o caso mais comum). Daí, impõe-se a condição de mínimo ruído, ou seja (Jackson *et alii*, 1979)

$$b_1c_1 = b_2c_2 \quad (4)$$

e obtém-se B e C usando-se também o fato de que

$$H_1(z) = C(zI - A)^{-1}B \quad (5)$$

A partir daí, usando as funções de transferência da entrada $u[k]$ da rede para os estados $x_1[k]$ e $x_2[k]$, a saber $F_1(z)$ e $F_2(z)$, respectivamente, escala-se a estrutura, determinando-se a nova realização

$$(A', B', C') = (T^{-1}AT, T^{-1}B, CT) \quad (6)$$

onde (Jackson *et alii*, 1979)

$$T = \text{Diag} \left(\frac{1}{\|F_1(z)\|_2}, \frac{1}{\|F_2(z)\|_2} \right) \quad (7)$$

Note-se que apenas o escalamento em norma quadrática será considerado neste trabalho.

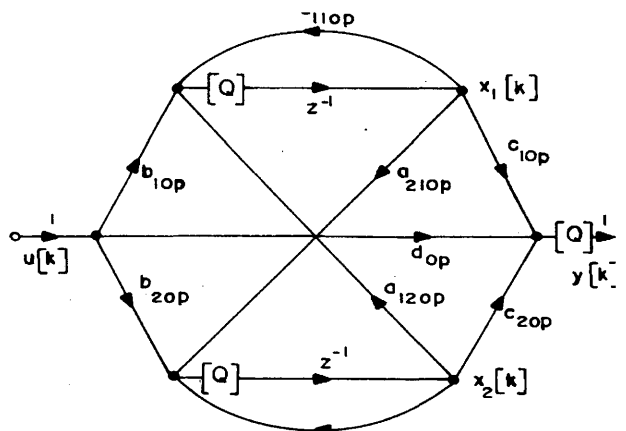


Figura 1: Estrutura de mínimo ruído (Jackson *et alii*, 1979).

As duas outras estruturas adotadas estão nas Figuras 2 e 3, e diferem da primeira por serem também imunes a ciclos limite no caso de entrada constante. A comparação do nível de ruído destas duas últimas estruturas constitui o objetivo maior deste trabalho, enquanto a estrutura da Figura 1 representa um padrão de comparação, devido à sua característica de mínimo ruído.

A nível estrutural, as estruturas imunes a ciclos limite nos casos de entrada constante se baseiam na modificação da forma de injeção do sinal de entrada $u[k]$ (Diniz e Antoniou, 1986; Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992), tal que, para elas,

$$B = (I - A)P \quad (8)$$

sendo P um vetor coluna de dois elementos. No caso da estrutura da Figura 2,

$$P = [1 \ 0]^T \quad (9)$$

tal que $Pu[k]$ é representável exatamente, no comprimento de palavra usado. A vantagem inerente é a redução do número de multiplicadores, pois os elementos do vetor B podem ser realizados sem novos multiplicadores (Diniz e Antoniou, 1986). Já no caso da Figura 3, o ponto de partida é que P não sofra restrição adicional, com o intuito de se manter as características estruturais da Figura 1, como forma de preservar o baixo ruído (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992). Consequentemente, mantém-se o número de multiplicadores, além de se necessitar de dois quantizadores adicionais para o produto $Pu[k]$ (ver Figura 3).

Para a síntese da estrutura da Figura 2, é selecionada a matriz A dada por (Diniz e Antoniou, 1986)

$$A = \begin{bmatrix} a & -\delta / \sigma \\ \delta \sigma & a \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde os parâmetros a e δ são como no caso da estrutura de mínimo ruído, e σ é um parâmetro usado para que se obtenha $\|F_1(z)\|_2 = \|F_2(z)\|_2$ (tal equalização de normas é que permite a redução do ruído), e é dado por (Diniz e Antoniou, 1986)

$$\sigma = \frac{\|F_1(z)\|_2}{\|F_2(z)\|_2} \quad (11)$$

Tais equações, mais as equações (5), (8) e (9) é que definem a síntese da rede. Para o seu escalamento, é usado o multiplicador λ mostrado na Figura 2, dado por

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 + \|F_1(z)\|_2^2}} \quad (12)$$

Já no que se refere à síntese da estrutura da Figura 3, parte-se da rede de mínimo ruído da Figura 1 escalada (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992). A partir daí calcula-se P a partir da equação (8) e parte-se para um novo escalamento da rede, agora usando-se a equação (6), com T_1 em lugar de T , sendo

$$T_1 = \text{Diag} \left(\frac{1}{\|F_a(z)\|_2}, \frac{1}{\|F_b(z)\|_2} \right) \quad (13)$$

onde $F_a(z) = -p_1 + F_1(z)$ e $F_b(z) = -p_2 + F_2(z)$ (ver Figura 3) (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992).

Sob o aspecto da complexidade computacional, a Tabela 1 mostra o "hardware" necessário para implementar um filtro paralelo, de ordem $2N$, usando as três estruturas aqui abordadas. Note-se, neste aspecto, a vantagem da estrutura da Figura 2, assim como o "hardware" adicional que a estrutura da Figura 3 exige, em relação à da Figura 1. Observe-se, também, que tal tabela inclui o multiplicador d da equação (1) e inclui um multiplicador λ para cada seção, no caso da estrutura da Figura 2 (Simmer, 1994).

3. AS NOVAS TRANSFORMAÇÕES ESPECTRAIS

Novas transformações espectrais de primeira ordem são desenvolvidas para filtros passa-altas, passa-banda e rejeita-banda, a partir do seguinte procedimento geral, baseado nos resultados já conhecidos para filtros protótipos passa-baixas (transformações espectrais de Constantinides):

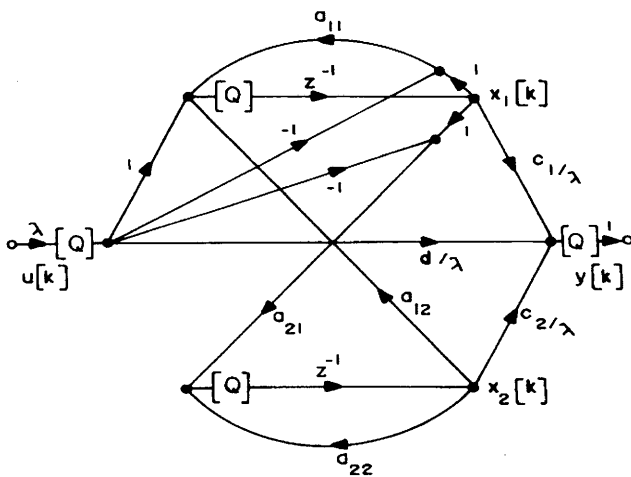


Figura 2: Estrutura sem ciclos limite (Diniz e Antoniou, 1986).

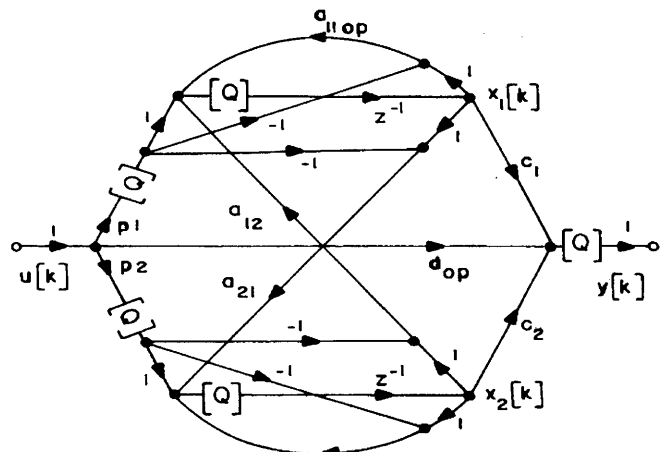


Figura 3: Estrutura quase ótima sem ciclos limite (Sarcinelli *et alii*, 1992).

Passo 1: Desmembram-se as transformações de Constantinides em duas, $G_1(z^{-1})$, que controla a largura da banda passante, e $G_2(z^{-1})$, que modifica o tipo de espectro do filtro. As transformações em protótipos passa-baixas são então descritas por uma composição destas duas transformações parciais, da forma $G(z^{-1})=G_1(G_2(z^{-1}))$ (Constantinides, 1970).

Passo 2: Altera-se a ordem das duas transformações obtidas acima, ou seja, primeiramente aplica-se a transformação $G_2(z^{-1})$, responsável por modificar o tipo de espectro do filtro, e, em seguida, uma transformação $G_3(z^{-1})$, responsável por controlar a largura de banda. Assim, as transformações em protótipos passa-baixas também poderiam ser dadas pela composição destas duas transformações, da forma $G(z^{-1}) = G_2(G_3(z^{-1}))$.

Passo 3: Compara-se a composição $G_1(G_2(z^{-1}))$ com $G_2(G_3(z^{-1}))$, de forma a obter as transformações espectrais $G_3(z^{-1})$, aplicáveis em protótipos quaisquer.

Tal procedimento é ilustrado na Figura 5, enquanto a Figura 4 mostra a interpretação das transformações de Constantinides (Constantinides, 1970). Note-se que no procedimento da Figura 5 fica implícito que, partindo do protótipo adequado, só $G_3(z^{-1})$ é necessária.

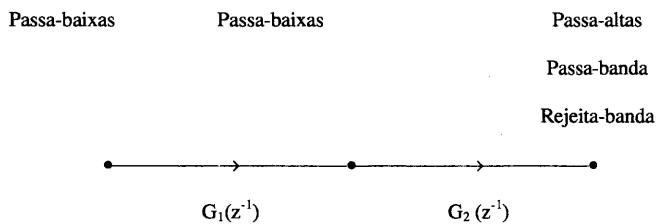


Figura 4: Interpretação das transformações de Constantinides (Constantinides, 1970)

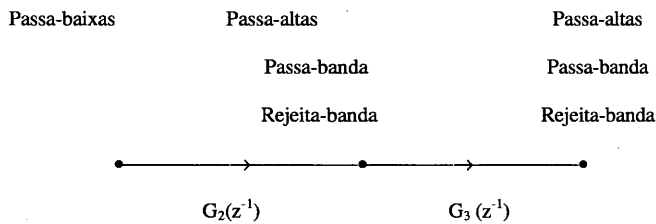


Figura 5: Nova concepção das transformações espectrais.

Em todos os casos, a transformação $G_3(z^{-1})$ é definida como

$$G_3(z^{-1}) = \frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}} \quad (14)$$

sendo

$$\alpha = \frac{\sin \frac{1}{2} (\omega'_1 - \omega_1)}{\sin \frac{1}{2} (\omega'_1 + \omega_1)} \quad (15)$$

como será visto adiante. Aqui, ω_1 e ω'_1 são as frequências de corte do filtro original e do filtro desejado, respectivamente, no caso passa-altas. Já nos casos passa-banda e rejeita-banda elas são as frequências de corte inferior. Já a frequência de corte superior do filtro transformado é calculada como

$$\omega'_2 = 2 \arctg \left(\frac{\left(\operatorname{tg} \left(\frac{\omega_1}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_2}{2} \right) \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\omega_1}{2} \right)} \right) \quad (16)$$

sendo ω_2 a frequência de corte superior do filtro protótipo original.

A vantagem inerente da transformação $G_3(z^{-1})$ está no fato de que cada bloco quadrático de uma função $H(z)$ na forma cascata ou paralela de blocos continua sendo quadrático, quando se usa tal transformação de primeira ordem para variar a largura da banda passante. Ao contrário, o uso das transformações de segunda ordem de Constantinides, no caso de filtro transformado com espectro passa-banda ou rejeita-banda, faz com que cada bloco quadrático torne-se um bloco de quarta ordem. Isto demandaria a fatoração do novo bloco em dois blocos quadráticos, o que tornaria necessário resolver um sistema de equações não lineares, para cada banda passante. Assim, o uso da nova transformação aqui proposta se traduz em significativa redução do esforço computacional para a síntese do filtro transformado, quando se deseja avaliar o desempenho de uma dada estrutura digital quando a banda passante varia, como é objetivo deste trabalho.

Porém, tal transformação não mantém a frequência central do filtro original, quando se usa protótipos passa-banda ou rejeita-banda, o que se deve ao fato de usar apenas um parâmetro livre α (Simmer, 1994). Note-se que o fato da frequência central da banda passante, no caso de filtros passa-banda, e da banda de rejeição, no caso de filtros rejeita-banda, variar junto com as frequências ω_1 e ω_2 de sua extremidade é um fator limitante quando se deseja simplesmente variar a largura da respectiva banda. Entretanto, no presente estudo, como o que se deseja é analisar o desempenho das estruturas a nível do ruído, tal fator não é preponderante (Simmer, 1994). Por exemplo, para se analisar o desempenho dos filtros passa-banda, se ω'_1 for escolhido tal que $\omega'_1 < \omega_1$, o filtro terá sua banda passante deslocada para mais próximo da frequência zero, ao mesmo tempo em que se estreita. Isso leva todos os pólos para mais próximo de $z = 1$, piorando o desempenho da rede (Simmer, 1994), o que transparecerá nos exemplos.

TABELA 1: "Hardware" para a implementação de filtros de ordem $2N$ na forma paralela.

Bloco da Figura	Somadores de duas entradas	Multiplicadores genéricos	Quantizadores
1	$6N$	$8N + 1$	$2N + 1$
2	$7N$	$7N + 1$	$3N + 1$
3	$10N$	$8N + 1$	$4N + 1$

Para uma melhor compreensão da forma como se obteve a transformação caracterizada em (14) e (15), será apresentada a demonstração para os casos passa-altas e passa-banda. A transformação rejeita-banda rejeita-banda, por sua vez, é obtida por analogia com o caso passa-banda passa-banda.

3-1. A Transformação Passa-Altas Passa-Altas

A transformação passa-baixas passa-altas de Constantinides $G(z^{-1})$ pode ser desmembrada em duas transformações $G_1(z^{-1})$ e $G_2(z^{-1})$, como indicado no diagrama da Figura 4. Assim, a transformação

$$G_1(z^{-1}) = \frac{z^{-1} - \alpha_{PB}}{1 - \alpha_{PB}z^{-1}} \quad (17)$$

com

$$\alpha_{PB} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\beta - \beta')}{\sin \frac{1}{2}(\beta + \beta')} \quad (18)$$

ajusta a largura de banda passante do filtro passa-baixas, que passa de β para β' radianos, enquanto a transformação

$$G_2(z^{-1}) = -z^{-1} \quad (19)$$

leva ao espectro passa-altas. Desta forma, a transformação genérica passa-baixas passa-altas pode ser interpretada como

$$G_1(G_2(z^{-1})) = -\frac{z^{-1} + \alpha_{PB}}{1 + \alpha_{PB}z^{-1}} \quad (20)$$

A aplicação do passo 2 acima, por sua vez, corresponde a alterar a ordem das transformações parciais, da maneira indicada no diagrama da Figura 5. Isto equivale a usar $G_2(z^{-1})$, dada por (19), para modificar o tipo de espectro do filtro, e uma transformação passa-altas passa-altas $G_3(z^{-1})$ para variar a largura de banda. Tal transformação é dada por

$$G_3(z^{-1}) = \frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}} \quad (21)$$

a qual é também uma função passa-tudo de ordem 1. A transformação passa-baixas passa-altas global é, então, dada por

$$G_2(G_3(z^{-1})) = -\frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}} \quad (22)$$

Comparando-se agora $G_1(G_2(z^{-1}))$ com $G_2(G_3(z^{-1}))$, conclui-se que a transformação passa-altas passa-altas é dada por

$$G_3(z^{-1}) = \frac{z^{-1} + \alpha_{PB}}{1 + \alpha_{PB}z^{-1}} \quad (23)$$

Entretanto, deseja-se escrever tal transformação em termos das frequências de corte ω_1 e ω_1' dos filtros passa-altas protótipo e desejado, respectivamente. Assim, a relação dada por

$$\beta = \pi - \omega_1 \quad (24a)$$

$$\beta' = \pi - \omega_1' \quad (24b)$$

é introduzida na equação (18), levando à equação (15).

Conseqüentemente, a transformação espectral necessária para levar um filtro passa-altas de frequência de corte ω_1 a outro filtro passa-altas de frequência de corte ω_1' é dada por (14) e (15).

Como exemplo, tal transformação foi aplicada ao filtro Chebyshev passa-altas de ordem 8 da Figura 6, de frequência de corte inicial 4900 Hz, o qual foi transformado em um filtro passa-altas com frequência de corte 2500 Hz, sendo a frequência de amostragem de 10KHz.

3-2. A Transformação Passa-Banda Passa-Banda

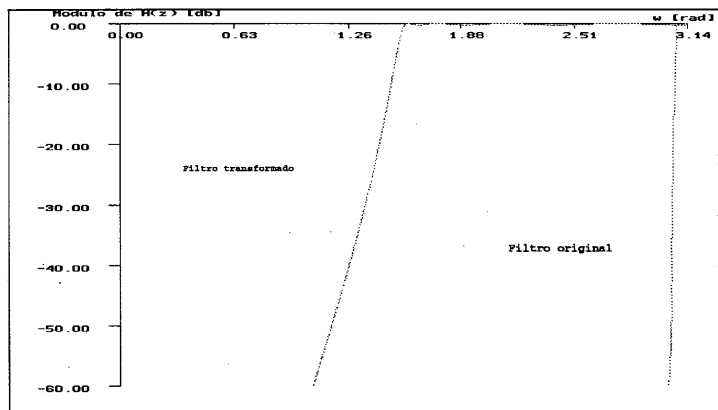


Figura 6: Transformação do filtro passa-altas.

Aqui busca-se o desdobramento da transformação passa-baixas passa-banda de Constantinides em duas transformações do tipo passa-tudo $G_1(z^{-1})$ e $G_2(z^{-1})$, conforme o diagrama da Figura 4. Assim, $G_1(z^{-1})$ é dada pela equação (17), com α_{PB} dado por (18), e $G_2(z^{-1})$ é uma transformação passa-baixas passa-banda, sem alteração da banda passante (Constantinides, 1970; Schüsler, 1970), ou seja,

$$G_2(z^{-1}) = -z^{-1} \left(\frac{z^{-1} - \alpha_{PBda}}{1 - \alpha_{PBda}z^{-1}} \right) \quad (25)$$

onde $\alpha_{PBda} = \cos \omega_0$, sendo ω_0 a frequência central da banda passante do filtro passa-banda obtido. Daí vem que

$$G_1(G_2(z^{-1})) = \frac{z^{-2} - \alpha_{PBda}(1 + \alpha_{PB})z^{-1} + \alpha_{PB}}{\alpha_{PB}z^{-2} - \alpha_{PBda}(1 + \alpha_{PB})z^{-1} + 1} \quad (26)$$

expressa a transformação passa-baixas passa-banda.

Alterando a ordem das transformações parciais, como indicado no diagrama da Figura 5, tem-se que $G_2(z^{-1})$ é usada para modificar o tipo de espectro do filtro, sendo dada como em (25), e $G_3(z^{-1})$ é usada para variar a largura da banda passante, sendo novamente dada por (21).

Para que esta transformação seja completamente definida, é interessante efetuar uma análise detalhada do mapeamento de frequências. Aplicando a transformação $G_3(z^{-1})$, necessária

para mapear as frequências em radianos ω_1 e ω_2 do filtro protótipo nas frequências em radianos ω'_1 e ω'_2 do filtro transformado, respectivamente, obtém-se as equivalências

$$G\left(e^{-j\omega'_1}\right) = e^{-j\omega_1} \rightarrow \frac{e^{-j\omega'_1} + \alpha}{1 + \alpha e^{-j\omega'_1}} = e^{-j\omega_1} \quad (27a)$$

$$G\left(e^{-j\omega'_2}\right) = e^{-j\omega_2} \rightarrow \frac{e^{-j\omega'_2} + \alpha}{1 + \alpha e^{-j\omega'_2}} = e^{-j\omega_2} \quad (27b)$$

A transformação passa-banda passa-banda pode, agora, ser perfeitamente definida, a partir de (27a), donde se obtém a a partir do ω'_1 desejado. Desenvolvendo tal equação, chega-se à equação (15).

Analogamente, a equação (27b) leva a

$$\alpha = \frac{\sin \frac{1}{2} (\omega'_2 - \omega_2)}{\sin \frac{1}{2} (\omega'_2 + \omega_2)} \quad (28)$$

Finalmente, igualando as equações (15) e (28) e usando identidades trigonométricas, chega-se a (16).

Conclui-se, assim, que a transformação passa-banda passa-banda pode ser definida como em (14) e (15), onde ω_1 e ω_2 são as frequências de corte inferior do filtro original e desejado, respectivamente. A frequência de corte superior do filtro transformado ω'_2 é calculada como em (16) e, conseqüentemente, a nova largura da banda passante pode ser obtida através de

$$B = \omega'_2 - \omega'_1 \quad (29)$$

Como exemplo, tal transformação foi aplicada ao filtro elíptico passa-banda de ordem 8 da Figura 7, de frequências de corte inicial 2000 Hz e 2500 Hz, que foi transformado em um filtro passa-banda com frequência de corte inferior em 500 Hz, sendo a frequência de amostragem de 10KHz. Nota-se que a frequência central original não se manteve fixa, e que os pólos são todos deslocados para posições mais próximas de $z = 1$.

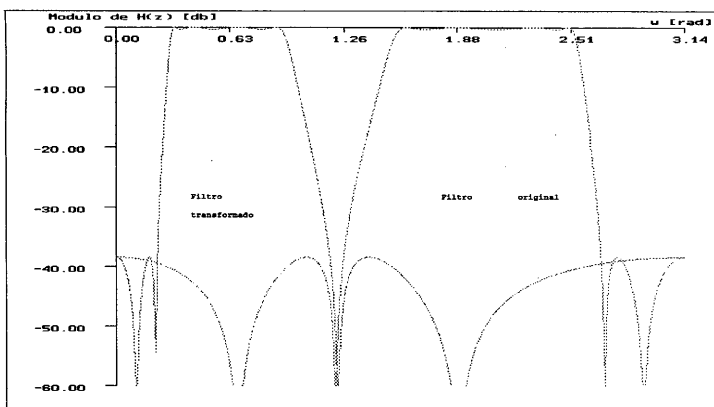


Figura 7: Transformação do filtro passa-banda

4. ANÁLISE COMPARATIVA

As estruturas de segunda ordem abordadas na Seção 2 são agora utilizadas na implementação de filtros digitais de ordem 8 na forma paralela de blocos de segunda ordem, com frequência de amostragem de 10000 Hz, escalamento em norma quadrática e quantização feita nas variáveis de estado, nos casos de espectros passa-baixas, passa-altas, passa-banda e rejeita-banda. No caso do exemplo passa-altas é usado um filtro Chebyshev, enquanto que nos demais casos são usados filtros elípticos.

A transformação espectral da Seção 3 é utilizada para variar a largura de banda do filtro em estudo. Para cada valor da banda, e para cada uma das três estruturas, o filtro é sintetizado e a variância relativa do ruído na saída é calculada, gerando-se os gráficos das Figuras 8, 9, 10 e 11. Destaque-se o fato de que as seções da Figura 1, embora não sejam também imunes a ciclos limite no caso de entrada constante, como aquelas das Figuras 2 e 3, é aqui utilizada pelo fato de ser uma boa referência de comparação, por apresentar mínimo ruído.

Analisando-se as Figuras 8, 9, 10 e 11, destacam-se alguns pontos: o primeiro é o acréscimo na variância do ruído, quando se considera as duas estruturas imunes a ciclos limite no caso de entrada constante (Sarcinelli Fo., 1990). O segundo ponto de destaque é que, cotejando-se as estruturas imunes a ciclos limite também no caso de entrada constante, nos casos de filtros com pólos mais próximos de $z = 1$, vê-se que a estrutura quase ótima imune a ciclos limite (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992) apresenta menos ruído na saída para filtros passa-baixas, passa-banda e rejeita-banda, apesar de exigir um pouco mais de "hardware" em sua implementação (ver Tabela 1). No caso de filtros passa-altas, a rede proposta em (Diniz e Antoniou, 1986) apresenta menos ruído na saída, além do fato da variância relativa do ruído ser insensível a variações na largura da banda passante. Isto se deve ao fato de que quando os zeros da função de transferência se encontram em $z = 1$, a estrutura sem ciclos limite (Diniz e Antoniou, 1986) atende às condições de otimalidade expressas em (Mullis e Roberts, 1976a) e (Jackson *et alii*, 1979), conforme é destacado em (Diniz e Antoniou, 1986).

5. CONCLUSÕES

Novas transformações espectrais foram encontradas, as quais são aplicáveis a filtros protótipos quaisquer para gerar filtros resultantes de mesmas características. Elas apresentam grande vantagem computacional por serem de primeira ordem.

Utilizando-se tais transformações, foi possível avaliar o desempenho de algumas estruturas de segunda ordem em função da largura da banda passante, verificando-se a grande vantagem de se utilizar a estrutura de segunda ordem quase ótima imune a ciclos limite, derivada da estrutura de mínimo ruído proposta em (Sarcinelli Fo. *et alii*, 1992), no caso de filtros com pólos próximos de $z = 1$, apesar do "hardware" adicional exigido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Claasen, T. A. C. M., Mecklenbrauker, W. F. e Peek, J. B., (1975). "On the Stability of the Forced Response of Digital Filters with Overflow Nonlinearities", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-22: 692-696.
- Constantinides, A. G., (1970). "Spectral Transformations for Digital Filters", *IEE Proceedings*, vol. 117: 1585-1590.
- Diniz, P. S. R. e Antoniou, A., (1986). "More Economical State-Space Digital-Filter Structures Which Are Free of Constant-Input Limit Cycles", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-34: 807-815.
- Jackson, L. B., Lindgren, A. e Kim, Y., (1979). "Optimal Synthesis of Second-Order State-Space Structures for Digital Filters", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-26: 149-153.
- Kawamata, M. e Higuchi, T. (1983). "A Systematic Approach To Synthesis of Limit Cycle-Free Digital Filters", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-31: 212-214.
- Mullis, C. T. e Roberts, R. A. (1976b). "Roundoff Noise em Digital Filters: Frequency Transformations and Invariants", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-24: 538-550.
- Mullis, C. T. e Roberts, R. A., (1976a). "Synthesis of Minimum Roundoff Noise Fixed Point Digital Filters", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-23: 551-562.
- Sarcinelli Filho, M., (1990). "Síntese de Filtros Digitais Recursivos Sem Ciclos Limite", Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- Sarcinelli Filho, M., Cruz, C. P. da e Simmer, A. C. S., (1992). "Estrutura Digital de Segunda Ordem Quase Ótima Livre de Ciclos Limite", *Anais do 9º Congresso Brasileiro de Automática*, Vol. 1: 40-44.
- Schüsler, W., (1970). "Variable Digital Filters", *Arch. Elek. Übertragung*, Vol. 24: 524-525.
- Simmer, A. C. S., (1994). "Análise Comparativa de Algumas Estruturas de Filtros Digitais de Segunda Ordem Imunes a Ciclos Limite", Dissertação de Mestrado, UFES.
- Vaidyanathan, P. P. e Liu, V., (1987). "An Improved Sufficient Condition For Absence of Limit Cycles in Digital Filters", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-34: 319-322.

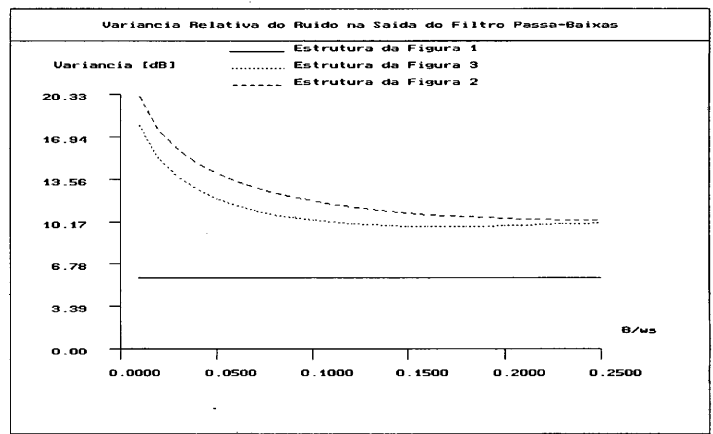


Figura 8: Variância relativa de ruído na saída do filtro passa-baixas.

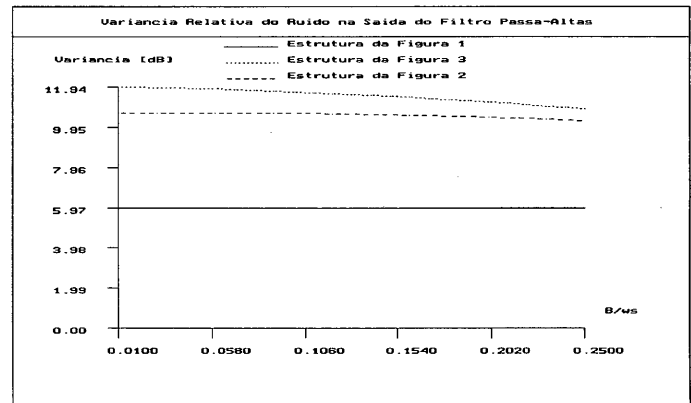


Figura 9: Variância relativa de ruído na saída do filtro passa-altas.

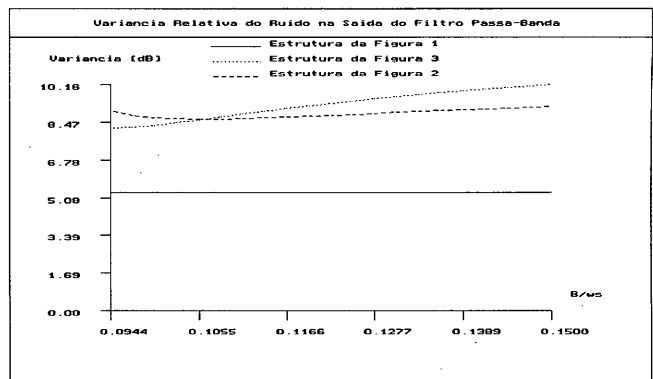


Figura 10: Variância relativa de ruído na saída do filtro passa-banda.

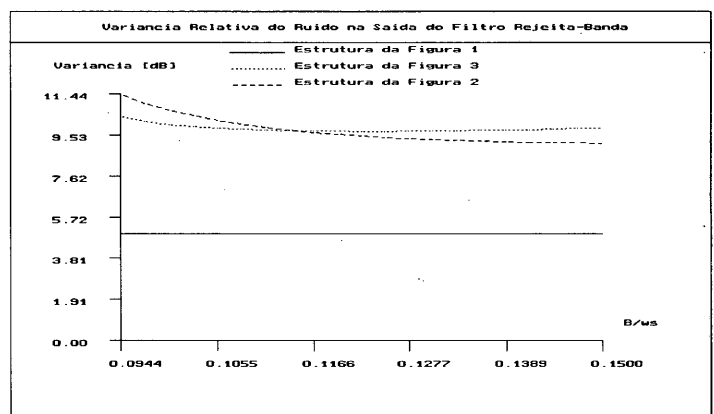


Figura 11: Variância relativa de ruído na saída do filtro rejeita-banda.