
EFEITOS DE ENROLAMENTOS E SATURAÇÃO MAGNÉTICA NO CONJUGADO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO

Luciano Martins Neto

Universidade Federal de Uberlândia
Depto Engenharia Elétrica
38400-902 - Uberlândia - MG - Brasil

Bernardo Pinheiro de Alvarenga

Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica
Goiânia - GO - Brasil

RESUMO: Este artigo apresenta uma modelagem matemática para o conjugado eletromagnético de uma Máquina de Indução a rotor bobinado. Nesta modelagem são considerados os efeitos de enrolamento e de saturação magnética, para uma condição absolutamente genérica de forma de onda de tensão e corrente na máquina. No desenvolvimento da modelagem utiliza-se o conceito de matriz de enrolamento, e obtém-se o conjugado eletromagnético à partir da força cuja origem vem da interação entre as correntes de rotor e a distribuição de densidade de fluxo magnético produzida pelas correntes de estator. Resultados experimentais são confrontados com os respectivos teóricos, mostrando boa precisão da modelagem.

ABSTRACT: This paper presents an approach which includes the winding arrangement effects as well as the saturation influence upon the torque of the wound-rotor induction motor. The mathematical development is based on the electromagnetic equation that relates force, rotor currents and stator magnetic flux density distribution. The experimental and theoretic results are compared and a good precision is obtained.

1. INTRODUÇÃO

Aplicações que exijam o controle de velocidade das máquinas de indução, normalmente utilizam conversores eletrônicos, e fatalmente as máquinas ficam submetidas a regimes permanentes não senoidais. O comportamento destas diante do regime não senoidal é evidentemente diferente do convencional senoidal, e esta questão deve ser tratada desde o início, isto é, por ocasião da definição da própria filosofia de projeto das máquinas elétricas.

As máquinas de indução quando alimentadas em correntes senoidais apresentam distorções no conjugado eletromagnético, provindas do conteúdo harmônico da distribuição espacial de densidade de fluxo magnético produzida por seus enrolamentos. Estas distorções provocam efeitos maléficos no funcionamento das máquinas, como

por exemplo, oscilações de conjugado com valor médio nulo. Desta forma, no desenvolvimento do projeto da máquina, torna-se uma prática comum, a manipulação dos fatores de passo e de distribuição, no sentido de minimizar tais distorções. Já para as máquinas de indução alimentadas por correntes não senoidais, o conteúdo harmônico temporal provindo destas correntes, interage com o conteúdo harmônico espacial do campo magnético estabelecido no interior da máquina, devido aos efeitos de enrolamento.

Desta interação surgem distorções no conjugado eletromagnético da máquina, diferentes daquelas resultantes no regime senoidal. Uma diferença notável e importante é o fato de que uma parcela considerável das distorções provoca efeitos benéficos na máquina, como por exemplo, componentes constantes de conjugado. Este fato muda a postura do projetista por ocasião da manipulação dos fatores de passo e de distribuição. A questão agora deixa de ser uma minimização de distorções, para ser uma otimização de conjugado. Desta forma, uma modelagem que permita avaliar o conjugado eletromagnético das máquinas de indução, à partir dos dados de enrolamento, para correntes variando de forma genérica, se transforma em uma ferramenta matemática importante para os projetistas de máquinas elétricas. Para que esta modelagem se aproxime o máximo possível da realidade, o efeito de saturação magnética sobre o conjugado deve também ser contemplado.

A metodologia utilizada no desenvolvimento da modelagem, parte do princípio de que o conjugado eletromagnético em uma máquina elétrica é produzido basicamente pela presença das correntes de rotor no campo magnético produzido pelas correntes de estator. Para tanto, estabelece-se uma forma que e permite obter distribuições de densidade de fluxo magnético e de correntes ao longo da máquina. Para a localização das correntes utiliza-se o conceito da matriz de enrolamento apresentado por IVANOV e SMOLENSKI (1980).

Para a determinação da distribuição de densidade de fluxo magnético, estabelece-se a relação entre força magnetomotriz e densidade de fluxo magnético, através da curva de magnetização que representa o circuito magnético da máquina.

2. DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM

Considere uma máquina de indução a rotor bobinado com raio médio de entreferro "R" e comprimento de rotor "L". Pode-se tomar, no seu rotor, um filete elementar de condutores como parte do enrolamento de uma fase "i" do mesmo. Este filete é localizado pelo ângulo α , à partir de uma dada referência, e contém uma concentração de condutores por unidade angular η_i , figura 1.

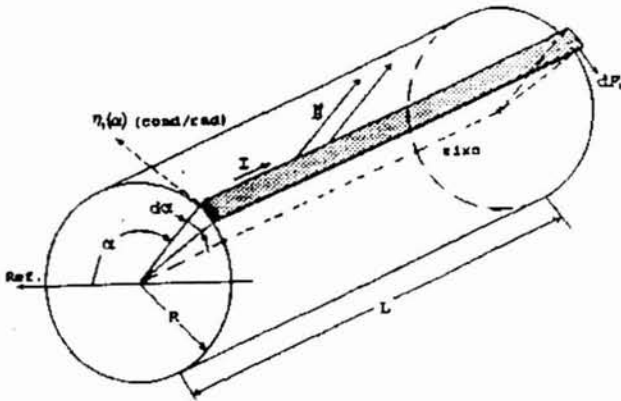


Figura 1 - Rotor da máquina de indução - Filete elementar de condutores.

Admitindo-se que i_i é a corrente da fase "i", o conjugado eletromagnético elementar que atua no filete, em relação ao eixo central do rotor, é dado por (1).

$$dT'_i = R \cdot L \cdot B \cdot i_i \cdot \eta_i \cdot d\alpha \quad (1)$$

onde "B" é a densidade de fluxo magnético produzida pelas correntes de estator, na posição do filete elementar.

Supondo um enrolamento rotórico genérico, se faz necessário considerar o número de períodos em que existem idênticas contribuições de conjugado. Isto ocorre toda vez que aparecem estruturas repetitivas no enrolamento. Desta forma, o conjugado devido aos análogos filetes elementares presentes nas estruturas repetitivas pode ser obtido por (2).

$$dT_i = k \cdot B \cdot i_i \cdot \eta_i \cdot d\alpha \quad (2)$$

onde:

$$k = NE \cdot R \cdot L$$

e:

NE - número de estruturas repetitivas.

O valor da densidade de fluxo magnético B pode ser relacionado com a força magneto motriz FMM produzida pelo estator, através da curva de magnetização da máquina. Para evitar ajustes de uma equação à curva de magnetização o método adotado corresponde a uma partição da respectiva curva em pequenos segmentos de reta, figura 2. O número de segmentos adotado determina a precisão do método.

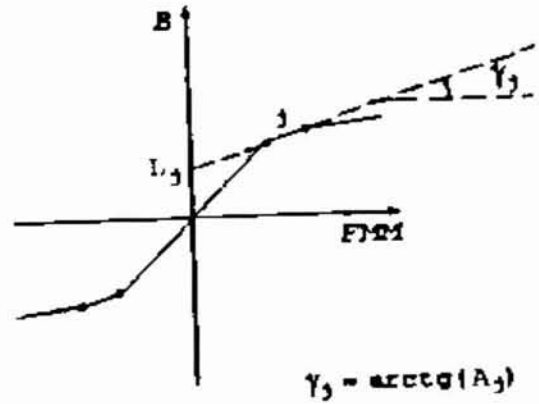


Figura 2 - Curva de magnetização da máquina e sua segmentação.

Para um segmento genérico "j" tem-se (3).

$$B = L_j + A_j \cdot FMM \quad (3)$$

onde:

L_j e A_j - coeficientes linear e angular da reta que possui o segmento j, respectivamente.

De (2) e (3) vem (4).

$$dT_i = k \cdot (L_j + A_j \cdot FMM) \cdot i_i \cdot \eta_i \cdot d\alpha \quad (4)$$

Para a integração de (4), deve-se relacionar η_i com α , e uma possibilidade é através da matriz de enrolamento.

Como na prática os enrolamentos apresentam uma distribuição discreta de condutores, a grandeza η_i deve ser definida à partir da adoção de determinados critérios. Neste artigo, admite-se que os condutores de um lado de bobina estejam concentrados no ponto central da ranhura. Desta forma, a grandeza η_i pode ser representada por uma somatória de funções impulso, cada uma representando uma posição de ranhura.

$$\eta_i = \sum_{z=1}^z N_z \cdot \delta(\alpha - \alpha_z) \quad (5)$$

onde:

z = número de ranhuras do modulo repetitivo do enrolamento rotórico

N_z = número de condutores da fase "i" na ranhura da ordem "z"

α_z = posição angular da ranhura de ordem "z"

$\delta(\alpha - \alpha_z)$ - função impulso unitário

De (4) e (5) vem (6).

$$dT_i = k \cdot (L_j + A_j \cdot FMM) \cdot i_i \cdot \sum_{z=1}^z N_z \cdot \delta(\alpha - \alpha_z) \cdot d\alpha \quad (6)$$

O conjugado total devido a fase "i" é a integral de (6) ao longo de um período T' relativo a um módulo repetitivo do enrolamento do rotor, partindo-se de uma referência qualquer β_0 .

$$T_i = \int_{\beta_0}^{\beta_0 + T'} dT_i = k \cdot i_i \cdot \sum_{z=1}^z N_z \cdot (L_j + A_j \cdot FMM) \quad (7)$$

O conjugado resultante das 3 fases da máquina é dado por (8).

$$T = \sum_{i=ABC} T_i = k \cdot [I_R] \cdot [E_R] \cdot \{ [L] + [F] \cdot [A] \} \quad (8)$$

onde:

$[I_R] = [i_A \ i_B \ i_C]$ - matriz linha das correntes de rotor por fase,

$[E_R]$ = matriz de enrolamento do rotor, cuja lei de formação encontra-se descrita no Apêndice 1.

$[L], [A]$ = matrizes coluna formadas pelos coeficientes L_j e A_j , respectivamente.

$[F]$ = matriz diagonal formada pelos valores de FMM.

A expressão (8) permite calcular o conjugado instantâneo da máquina de indução conhecidas as correntes de rotor, a estrutura do enrolamento de rotor, a distribuição de FMM de estator e a sua curva de magnetização.

3. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL

O motor de indução trifásico a rotor bobina o ensaiado, tem: 2,25kW; 60Hz; 220VΔ; 8,8AΔ (estator); 4 polos; 0,82 ind.; 82% rend.; 1700 rpm; 20,2AY (rotor); 0,0629m (raio médio no entreferro); 0,0950m (comprimento do rotor).

- Enrolamento estatórico: integral de dupla camada; 36 ranhuras; 4 espiras por bobina; 8 ranhuras (passo da bobina); 4 caminhos em paralelo.
- Enrolamento rotórico: bobinado; integral de dupla camada; 24 ranhuras, 3 espiras por bobina; 5 ranhuras (passo da bobina); 4 caminhos em paralelo.

Com os dados dos enrolamentos obtém-se $[E_s]$ e $[E_r]$.

$$[E_s] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[E_r] = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,75 & 0 & 0 & 0 & -0,75 & -1,5 & -0,75 & 0 & 0 & 0 & 0,75 \\ 0 & 0 & 0 & 0,75 & 1,5 & 0,75 & 0 & 0 & 0 & -0,75 & -1,5 & -0,75 \\ 0 & -0,75 & -1,5 & -0,75 & 0 & 0 & 0 & 0,75 & 1,5 & 0,75 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Com o intuito de se obter a distribuição de força magneto motriz magnetizante de estator, um ensaio experimental possibilita a obtenção das correntes magnetizantes do motor (i_{ma} , i_{mb} , i_{mc}). Este ensaio é realizado colocando a máquina de indução na velocidade síncrona através de um motor síncrono. Retirando-se as componentes ativas das correntes de fase do estator, obtém-se as correntes de magnetização desejadas. Os resultados deste ensaio estão representados em (11).

$$\begin{aligned} i_{ma} &= (3,04 \pm 0,05) \cdot \cos(120 \cdot \tau \cdot t - 1,67) \\ i_{mb} &= (3,04 \pm 0,05) \cdot \cos(120 \cdot \tau \cdot t - 2,52) \\ i_{mc} &= (3,04 \pm 0,05) \cdot \cos(120 \cdot \tau \cdot t - 0,42) \end{aligned} \quad (11)$$

Um segundo ensaio possibilita o levantamento da curva de magnetização do motor. O resultado está expresso no gráfico da figura 3. No apêndice 2 apresentam-se detalhes à respeito da realização deste ensaio.

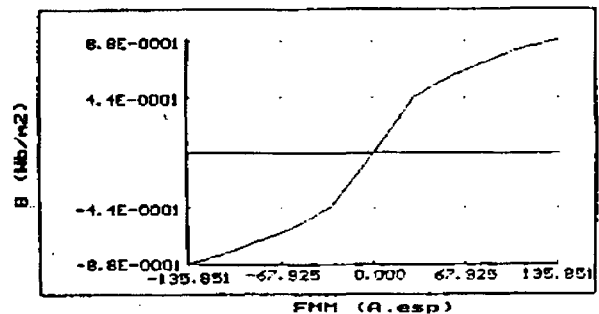


Figura 3 - Curva de magnetização do motor de indução ensaiado.

A tabela 1 mostra valores da curva da figura 3 bem como a sua segmentação conforme especificado na modelagem.

Tabela 1 - Resultados experimentais curva $B \times FMM$ e segmentação.

B (ω_b/m^2)	FMM ($A \cdot esp$)	L_j (ω_b/m^2)	A_j ($\omega_b/m^2 \cdot A \cdot esp$)
0,4345	30,26	0	0,0144
0,5480	48,15	0,2426	0,0063
0,6531	65,65	0,2587	0,0060
0,7144	83,05	0,4218	0,0035
0,7924	106,69	0,4403	0,0033
0,8828	135,85	0,4617	0,0031

Um terceiro ensaio experimental possibilita a medição do conjugado (TN) e o registro das correntes de rotor (i_A , i_B e i_C), para a rotação nominal do motor e em regime permanente senoidal.

Os valores resultantes são:

$$T_N = 12,07 \pm 0,02 \text{ N.m} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} i_A &= (5,9 \pm 0,1) \cdot \cos[6,66 \cdot \pi \cdot t + 2,89] \\ i_B &= (5,9 \pm 0,1) \cdot \cos[6,66 \cdot \pi \cdot t + 2,89] \\ i_C &= (5,9 \pm 0,1) \cdot \cos[6,66 \cdot \pi \cdot t + 2,89] \end{aligned} \quad (13)$$

Aplicando-se (9) a (13) e a tabela 1 em (8), obtém-se o conjugado instantâneo para rotação nominal e regime permanente senoidal, figura 4.

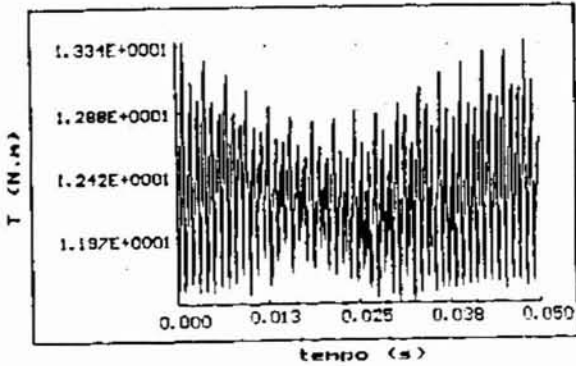


Figura 4 - Conjugado instantâneo.

4. CONCLUSÃO

Pelos resultados apresentados na figura 4 obtém-se um conjugado médio igual a 12,40 N.m. Este valor é bastante próximo do resultado obtido experimentalmente 12,07 N.m. Desta confrontação de resultados conclui-se:

- a modelagem proposta possui boa precisão, pelo menos no que se refere ao valor médio de conjugado;
- as oscilações de conjugado apresentam um valor médio nulo, o que está coerente com o regime permanente senoidal.

Outras conclusões podem ser observadas:

Devido à simplicidade do equacionamento, podem-se fazer simulações digitais rápidas e precisas.

Estas simulações representam um poderoso recurso para o projetista de máquinas elétricas. Neste caso, por exemplo, pode-se questionar a escolha de um determinado passo de bobina, número de ranhuras, fatores de passo e distribuição, etc ... pois rapidamente tem-se a influência destes fatores sobre o conjugado eletromagnético.

Um fato interessante é a modelagem do conjugado poder auxiliar no desenvolvimento de um projeto integrado "Conversor Eletrônico - Máquina Elétrica". Considerando as distorções temporais de corrente, pela modelagem é possível avaliar o desempenho da máquina e, inclusive, otimizá-lo. Neste particular, é importante observar a inclusão da saturação magnética. Esta geralmente produz efeitos que surpreendem o funcionamento dos conversores eletrônicos. Por exemplo, uma pequena distorção de tensão, não prevista em um componente eletrônico, pode mudar totalmente seu estado de funcionamento.

O tratamento matemático feito, permite obter a modelagem do conjugado com o mesmo grau de facilidade, desde o mais simples até o mais complexo dos enrolamentos.

Pretende-se, em trabalhos futuros, realizar ensaios experimentais que permitam registrar o conjugado instantâneo, e desta forma obter maiores confrontações com os resultados obtidos pela modelagem proposta. Outra questão que futuramente deverá ser abordada é o ensaio experimental e a aplicação da modelagem em máquinas funcionando no regime permanente não senoidal.

APÊNDICE 1

Matriz de enrolamento

De acordo com IVANOV-SMOLENSKI (1980), define-se matriz de um enrolamento trifásico [E] como sendo:

$$[E] = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix}$$

onde:

E_a, E_b, E_c - submatrizes linha das fases a, b e C, respectivamente,

Cada submatriz linha de fase tem seus elementos formados do seguinte modo:

- Nulo, para a ranhura de ordem z que não possui condutores da respectiva fase;
- $\pm N/a$, para a ranhura de ordem z na qual está alocado apenas um lado de uma bobina da respectiva fase;
- $\pm 2N/a$, para a ranhura de ordem z na qual estão alocados dois lados de bobinas da respectiva fase.

As grandezas "N" e "a" são respectivamente, o número de espiras por bobina e o número de caminhos em paralelo do enrolamento.

APÊNDICE 2

Ensaio para o levantamento da curva "BxFMM"

Uma bobina sonda é colocada em duas ranhuras do estator da máquina, separadas por 180° elétricos. Girando-a na velocidade síncrona, por meio de um motor síncrono, alimenta-se seu estator por um sistema trifásico balanceado de tensões, que tem a possibilidade de variar o valor eficaz. O valor instantâneo da densidade de fluxo magnético (B) nos lados da bobina sonda pode ser relacionado com o valor instantâneo da tensão induzida na mesma (e) através de (A.1).

$$B = k_c \cdot e \quad (A.1)$$

$$k_c = \frac{P}{2 \cdot N_b \cdot \omega_s \cdot R \cdot L} \quad (A.2)$$

Onde:

P - número de polos da máquina

b - número de espiras da bobina sonda

ω_s - rotação síncrona

- raio da circunferência interna do estator.

- comprimento axial da bobina sonda

A característica BxFMM é então levantada da forma seguinte:

- Obtém-se os valores instantâneos da corrente de magnetização de cada fase, à partir dos valores instantâneos da corrente em vazio, eliminando desta última a componente de corrente relativa às perdas no ferro.
- Com os valores instantâneos da corrente de magnetização de cada fase, e conhecendo a matriz de enrolamento do estator, calculam-se os valores instantâneos de FMM.
- Através de (A.1), obtém-se os valores instantâneos de B a partir de e.
- Para um determinado valor eficaz da tensão de alimentação do estator, obtém-se o laço formado pelos valores instantâneos de B e FMM. Tomando-se o par (B,FMM), que corresponde aos seus valores máximos para cada valor eficaz da tensão de alimentação, obtém-se a função BxFMM.

Para a máquina ensaiada em laboratório a constante k_c vale 0,1114 para B em ω_b / m^2 e e em volt. Os valores experimentais para esta máquina se encontram na tabela A.1.

Tabela A.1 - Valores experimentais do ensaio em vazio da máquina de indução.

Vo (V)	e (V)	FMM (A. esp)	B (ω_b / m^2)
100	3,9	30,25	0,4345
150	4,9	48,15	0,5480
180	5,9	65,65	0,6531
200	6,4	83,05	0,7144
220	7,1	106,69	0,7924
240	7,9	135,85	0,8828

Referências:

- A.V. Ivanov-Smolenski, "Electrical Machines", Moscow: Mir Editorial, 1980, vol.1, chapter 22.
- S.A.Nasar, "Handbook of Electric Machines", New York: McGraw Hill Book Company, 1987. pp.3-20.
- G. R. Slemon "Magnetolectric Devices -Transducers, Transformers and Devices", New York: John Wiley and Sons, Inc., 1966, pp 111.

Neto, L.M.; Salerno, C.H., Bispo, D.; Alvarenga, B.P.- "Induction Motor Torque: An approach including windings and saturation effects" - C - Adelaide - Australia 1993.