UM PROCEDIMENTO ALTERNATIVO PARA O PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA

Vander M. da Costa[1,*] Nelson Martins[2] José Luiz R. Pereira[3]

1 - COPPE-EE/UFRJ, Caixa Postal 68504, CEP 21945, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

2 - CEPEL, Caixa Postal 2754, CEP 20001, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

3 - UFJF, Fac. de Engenharia, Campus Universitário, Bairro Martelos, Juiz de Fora, MG, Brasil

Resumo: Este artigo apresenta uma nova formulação para o problema de fluxo de potência, utilizando-se as equações de injeção de correntes expressas em coordenadas retangulares. Para cada barra de tensão controlada é introduzida uma equação adicional e o resíduo de potência reativa torna-se uma variável dependente no sistema de equações linearizado. A partir desta metodologia obtém-se uma formulação aumentada, com característica de convergência igual a da modelagem do problema de fluxo de potência em coordenadas polares. Esta formulação é mais adequada à incorporação de dispositivos de controle FACTS(flexible ac transmission system). Estes modelos são testados em sistemas reais equivalentes de 730 e 1653 barras, referentes ao sistema interligado das regiões sul e sudeste do Brasil. Os resultados são comparados com a formulação convencional em coordenadas polares.

Palavras Chaves: Fluxo de Potência, Sistemas de Potência, Injeções de Corrente, Dispositivos de Controle

Abstract: This paper presents a new formulation for the solution of load flow problem, using the current injection equations written in rectangular coordinates. For each voltage controlled bus an additional equation is introduced and the reactive power mismatch becomes a dependent variable on the linearized system of equations. From this metodology an augmented formulation is obtained with the same convergence characteristics of the conventional formulation written in polar coordinates.This formulation is more adequate for incorporation of FACTS (flexible ac transmission system) devices. These models are tested in real systems with 730 and 1653 buses, related to the interconnected south-southeasthern brazilian systems. The results are compared with those obtained by means of conventional formulation.

Keywords: Power Flow, Power Systems, Current Injections, Control Devices

1 INTRODUÇÃO

A análise do fluxo de potência abrange o cálculo dos fluxos de potência e das tensões em um sistema de transmissão, para uma especificada carga dada e um programa de geração estabelecido. Tais cálculos são necessários à análise de estado permanente, bem como para o desempenho dinâmico dos sistemas de potência.

O método para solução do fluxo de potência deve atender alguns requisitos básicos, notadamente, alta velocidade, confiabilidade e versatilidade, ou seja, habilidade em manusear os dispositivos de ajuste e controle (Stott, 1971) . A referência (Stott, 1974) fornece ampla revisão dos métodos numéricos para análise do fluxo de potência.

O método de Newton-Raphson possui taxa de convergência quadrática, sendo adequado às aplicações que envolvam sistemas de grande porte e que requeiram soluções muito acuradas. Além disto, a matriz jacobiano é altamente esparsa, sendo as equações iterativas resolvidas direta e rapidamente, utilizando-se as técnicas de ordenação para a solução de grandes sistemas lineares esparsos (Tinney e Hart, 1967; Tinney e Walker, 1967) e do vetor esparso (Chan e Brandwajn, 1986; Tinney *et alii*, 1985) .

Um rápido histórico de alguns desenvolvimentos realizados com relação à solução do fluxo de potência vem

*Em doutoramento na COPPE/UFRJ sob licença da Universidade Federal de Juiz de Fora

[0]Artigo submetido em 05/02/96;
1ª Revisão em 18/06/96 2ª Revisão em 27/01/97
Aceito por recomendação do Ed.Consultor Prof.Dr.Djalma M. Falcão

descrito a seguir:

- Em (Iwamoto e Tamura, 1981; Tripathy *et alii*, 1982) são apresentadas ferramentas adicionais que possibilitam a análise de sistemas elétricos mal-condicionados.
- Os métodos desacoplados (Stott, 1974; Stott e Alsac, 1974; Monticelli *et alii*, 1990; Rajicic e Bose, 1988; Van Amerongen, 1989) baseiam-se na forte interdependencia entre a potência ativa e o ângulo da tensão na barra, bem como entre a potência reativa e a magnitude da tensão.
- A metodologia apresentada em (Talaq, 1994) utiliza técnicas de eliminação de barras, após a eliminação das cargas. O modelo da carga consiste de uma admitância dependente da tensão. A matriz admitância é modificada de modo a incluir os efeitos das cargas, de tal forma que as barras de carga possam ser eliminadas e o modelo reduzido obtido.

A referência (EPRI EAR/EL-7107s, 1991) mostra que a formulação de fluxo de potência através de injeções de corrente é muito importante, desde que se represente de forma conveniente as barras de tensão controlada.

A referência (Dommel *et alii*, 1970) apresenta uma formulação do problema de fluxo de potência, através de injeção de correntes. Neste caso, as barras de tensão controlada são representadas de forma linearizada, por uma única equação relacionando os resíduos de potência ativa com os desvios angulares, enquanto que para as barras de carga utilizam-se as equações dos resíduos de corrente em função dos incrementos de tensão, representados em coordenadas retangulares.

Neste trabalho as equações de injeção de correntes, expressas em coordenadas retangulares e descritas em (Dommel *et alii*, 1970) são utilizadas tanto para as barras de carga, quanto para as barras de tensão controlada. Para a barra de tensão controlada introduz-se uma variável dependente adicional ΔQ e uma equação adicional impondo a restrição de controle da tensão. Assim sendo, a matriz jacobiano obtida possui os elementos dos blocos (2×2) fora da diagonal, idênticos àqueles da matriz admitância de barras, independente do tipo de barra a ser considerado. Os elementos dos blocos (2×2) diagonais são modificados em função do modelo de carga considerado.

O artigo apresenta também uma formulação aumentada, com a mesma característica de convergência do fluxo de potência convencional expresso em coordenadas polares. É interessante notar que esta formulação é também utilizada no problema de estabilidade de tensão (Pinto *et alii*, 1994; Pinto *et alii*, 1994) . Neste caso, a formulação aumentada é representada através do sistema linearizado no ponto de solução do fluxo de potência.

As equações básicas referentes ao fluxo de potência convencional, expressas em coordenadas polares, estão mostradas no Apêndice A.

2 MODELO PROPOSTO

2.1 Equações Básicas

Para uma barra genérica k de um sistema elétrico de potência, tem-se a seguinte equação básica:

$$\frac{P_k - j\,Q_k}{E_k^*} = \sum_{i=1}^{n} Y_{ki}\,E_i \tag{1}$$

onde:
P_k: potência ativa líquida injetada na barra k
Q_k: potência reativa líquida injetada na barra k
E_k: fasor tensão na barra k, dado por:

$$E_k = V_k e^{j\theta_k} = V_{r_k} + j\,V_{m_k} \tag{2}$$

V_k: módulo da tensão na barra k

Y_{km}: admitância nodal da forma $G_{km} + j\,B_{km}$

O resíduo de corrente na barra k, denotado por ΔI_k é dado por:

$$\Delta I_k = \frac{P_k - j\,Q_k}{E_k^*} - \sum_{i=1}^{n} Y_{ki}\,E_i = 0 \tag{3}$$

Substituindo-se na Equação (3) as componentes real e imaginária tanto da tensão, quanto da admitância nodal, tem-se que:

$$\Delta I_k = \frac{P_k^{sp} - j\,Q_k^{sp}}{V_{r_k} - j\,V_{m_k}} - \sum_{i=1}^{n}(G_{ki} + j\,B_{ki})(V_{r_i} + j\,V_{m_i}) = 0 \tag{4}$$

Separando-se em partes real e imaginária obtém-se:

$$\Delta I_{r_k} = \frac{P_k^{sp}\,V_{r_k} + Q_k^{sp}\,V_{m_k}}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - \sum_{i=1}^{n}(G_{ki}V_{r_i} - B_{ki}V_{m_i}) = 0 \tag{5}$$

$$\Delta I_{m_k} = \frac{P_k^{sp}\,V_{m_k} - Q_k^{sp}\,V_{r_k}}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - \sum_{i=1}^{n}(G_{ki}V_{m_i} + B_{ki}V_{r_i}) = 0 \tag{6}$$

2.2 Linearização das Equações

Para a solução do problema do fluxo de potência, define-se a potência especificada como função da geração e da carga. As cargas ativa e reativa na barra k são consideradas do tipo polinomial. Assim:

$$P_k^{sp} = P_{G_k} - P_{L_k} \qquad (7)$$

$$Q_k^{sp} = Q_{G_k} - Q_{L_k} \qquad (8)$$

ou ainda:

$$P_k^{sp} = P_{G_k} - (P_{0_k} + P_{1_k} V_k + P_{2_k} V_k^2) \qquad (9)$$

$$Q_k^{sp} = Q_{G_k} - (Q_{0_k} + Q_{1_k} V_k + Q_{2_k} V_k^2) \qquad (10)$$

Logo, substituindo-se (9) e (10) em (5) e (6) e aplicando-se o método de Newton-Raphson obtém-se:

$$\left[\begin{array}{c} \Delta I_{m_1} \\ \Delta I_{r_1} \\ \hline \Delta I_{m_2} \\ \Delta I_{r_2} \\ \hline \cdots \\ \hline \Delta I_{m_n} \\ \Delta I_{r_n} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{Y}^*_{11} & \mathbf{Y}^*_{12} & \cdots & \mathbf{Y}^*_{1n} \\ \hline \mathbf{Y}^*_{21} & \mathbf{Y}^*_{22} & \cdots & \mathbf{Y}^*_{2n} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline \mathbf{Y}^*_{n1} & \mathbf{Y}^*_{n2} & \cdots & \mathbf{Y}^*_{nn} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{m_1} \\ \hline \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{m_2} \\ \hline \cdots \\ \hline \Delta V_{r_n} \\ \Delta V_{m_n} \end{array}\right] \qquad (11)$$

onde:

$$\mathbf{Y}^*_{\mathbf{kk}} = \begin{bmatrix} B'_{kk} & G'_{kk} \\ G''_{kk} & B''_{kk} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Y}^*_{\mathbf{km}} = \begin{bmatrix} B_{km} & G_{km} \\ G_{km} & -B_{km} \end{bmatrix}$$

$$B'_{kk} = B_{kk} - a_k \qquad (12)$$

$$G'_{kk} = G_{kk} - b_k \qquad (13)$$

$$G''_{kk} = G_{kk} - c_k \qquad (14)$$

$$B''_{kk} = -B_{kk} - d_k \qquad (15)$$

O cálculo dos parâmetros a_k, b_k, c_k e d_k está apresentado no Apêndice B.

De posse dos resultados obtidos pode-se de uma maneira simplificada escrever que:

$$\underline{\mathbf{\Delta I}}_{mr} = \mathbf{Y}^* \, \underline{\mathbf{\Delta V}}_{rm} \qquad (16)$$

Para uma barra genérica k tem-se então que:

$$\begin{aligned} \Delta I_{m_k} \;=\; & B'_{kk}\,\Delta V_{r_k} + G'_{kk}\Delta V_{m_k} + \\ & \sum_{\substack{l \,\varepsilon\, \Omega_k \\ l \,\neq\, k}} (B_{kl}\,\Delta V_{r_l} + G_{kl}\,\Delta V_{m_l}) \end{aligned} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta I_{r_k} \;=\; & G''_{kk}\,\Delta V_{r_k} + B''_{kk}\Delta V_{m_k} + \\ & \sum_{\substack{l \,\varepsilon\, \Omega_k \\ l \,\neq\, k}} (G_{kl}\,\Delta V_{r_l} - B_{kl}\,\Delta V_{m_l}) \end{aligned} \qquad (18)$$

onde Ω_k é o conjunto das barras conectadas a barra k.

2.3 Determinação dos Resíduos de Corrente

Tem-se que:

$$\Delta I_{r_k} = I_{r_k}^{sp} - I_{r_k}^{calc} \qquad (19)$$

$$\Delta I_{m_k} = I_{m_k}^{sp} - I_{m_k}^{calc} \qquad (20)$$

ou ainda:

$$\Delta I_{r_k} = \frac{P_k^{sp}\, V_{r_k} + Q_k^{sp}\, V_{m_k}}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - I_{r_k}^{calc} \quad (21)$$

$$\Delta I_{m_k} = \frac{P_k^{sp}\, V_{m_k} - Q_k^{sp}\, V_{r_k}}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - I_{m_k}^{calc} \quad (22)$$

Considerando-se que:

$$P_k^{sp} = P_k^{calc} + \Delta P_k \quad (23)$$

$$Q_k^{sp} = Q_k^{calc} + \Delta Q_k \quad (24)$$

pode-se reescrever (21) e (22) como sendo:

$$\Delta I_{r_k} = \frac{V_{r_k}\, \Delta P_k + V_{m_k} \Delta Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (25)$$

$$\Delta I_{m_k} = \frac{V_{m_k}\, \Delta P_k - V_{r_k} \Delta Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (26)$$

2.4 Tratamento dos Tipos de Barras

Para a barra de carga determinam-se os resíduos de corrente utilizando-se as equações (25) e (26). As variáveis dependentes são ΔV_{r_k} e ΔV_{m_k}.

No caso de barras do tipo tensão controlada, o resíduo de potência reativa não é conhecido. Substituindo-se as Equações (25) e (26) em (18) e (17) respectivamente, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{V_{m_k}\, \Delta P_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} &= \frac{V_{r_k}\, \Delta Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} + B'_{kk}\, \Delta V_{r_k} + G'_{kk} \Delta V_{m_k} + \\ & \sum_{\substack{l\, \varepsilon\, \Omega_k \\ l\, \neq\, k}} (B_{kl}\, \Delta V_{r_l} + G_{kl}\, \Delta V_{m_l}) \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{r_k}\, \Delta P_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} &= -\frac{V_{m_k}\, \Delta Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} + G''_{kk}\, \Delta V_{r_k} + B''_{kk} \Delta V_{m_k} + \\ & \sum_{\substack{l\, \varepsilon\, \Omega_k \\ l\, \neq\, k}} (G_{kl}\, \Delta V_{r_l} - B_{kl}\, \Delta V_{m_l}) \quad (28) \end{aligned}$$

onde:

$$\Delta I'_{m_k} = \frac{V_{m_k}\, \Delta P_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (29)$$

$$\Delta I'_{r_k} = \frac{V_{r_k}\, \Delta P_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (30)$$

Observa-se das Equações (27) e (28) que ΔQ_k é uma variável dependente nas barras de tensão controlada. Por outro lado, a barra de tensão controlada impõe a restrição de módulo de tensão constante dada por:

$$V_k^2 = V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2 \quad (31)$$

Linearizando-se (31) obtém-se:

$$\Delta V_k = \frac{V_{r_k}}{V_k}\, \Delta V_{r_k} + \frac{V_{m_k}}{V_k}\, \Delta V_{m_k} \quad (32)$$

Sendo a barra k de tensão controlada impõe-se que $\Delta V_k = 0$, obtendo-se a seguinte equação adicional linearizada:

$$0 = \frac{V_{r_k}}{V_k}\, \Delta V_{r_k} + \frac{V_{m_k}}{V_k}\, \Delta V_{m_k} \quad (33)$$

Assim, para cada barra de tensão controlada, tem-se as Equações (27), (28) e (33) e as variáveis dependentes ΔV_{r_k}, ΔV_{m_k} e ΔQ_k.

Conhecidos os valores das correções, então a nova solução é dada por:

$$V_{r_k}^{(j+1)} = V_{r_k}^{(j)} + \Delta V_{r_k}^{(j)} \quad (34)$$

$$V_{m_k}^{(j+1)} = V_{m_k}^{(j)} + \Delta V_{m_k}^{(j)} \quad (35)$$

Este processo de solução é denominado de *formulação básica de injeção de corrente.*

3 FORMULAÇÃO AUMENTADA

Substituindo-se as Equações (25) e (26) em (18) e (17) e rearranjando-se os termos obtém-se:

$$\begin{aligned} 0 \;=\; & -\frac{V_{m_k}\,\Delta P_k}{V_{r_k}^2+V_{m_k}^2}+\frac{V_{r_k}\,\Delta Q_k}{V_{r_k}^2+V_{m_k}^2}+B_{kk}^{'}\,\Delta V_{r_k}+ \\ & G_{kk}^{'}\Delta V_{m_k}+\sum_{\substack{l\,\varepsilon\,\Omega_k\\ l\,\neq\,k}}\left(B_{kl}\,\Delta V_{r_l}+G_{kl}\,\Delta V_{m_l}\right) \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned} 0 \;=\; & -\frac{V_{r_k}\,\Delta P_k}{V_{r_k}^2+V_{m_k}^2}-\frac{V_{m_k}\,\Delta Q_k}{V_{r_k}^2+V_{m_k}^2}+G_{kk}^{''}\,\Delta V_{r_k}+ \\ & B_{kk}^{''}\Delta V_{m_k}+\sum_{\substack{l\,\varepsilon\,\Omega_k\\ l\,\neq\,k}}\left(G_{kl}\,\Delta V_{r_l}-B_{kl}\,\Delta V_{m_l}\right) \end{aligned} \tag{37}$$

O ângulo da barra k pode ser expresso por:

$$\theta_k=\tan^{-1}\frac{V_{m_k}}{V_{r_k}} \tag{38}$$

Linearizando-se a Equação (38) obtém-se:

$$\Delta\theta_k=\frac{V_{r_k}}{V_k^2}\,\Delta V_{m_k}-\frac{V_{m_k}}{V_k^2}\,\Delta V_{r_k} \tag{39}$$

Escrevendo-se as Equações (36), (37), (39) e (32) na forma matricial tem-se:

$$\left[\begin{array}{c}\underline{0}\\ \hline \underline{\Delta}_{\theta V}\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{Y}^{*} & \mathbf{B}\\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{0}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\underline{\Delta}\mathbf{V}_{rm}\\ \hline \underline{\Delta}_{PQ}\end{array}\right] \tag{40}$$

As matrizes **B** e **C** são diagonais por blocos da forma:

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B_1} & & & \\ & \mathbf{B_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B_n}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\mathbf{C_1} & & & \\ & \mathbf{C_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{C_n}\end{bmatrix}$$

onde:

$$\mathbf{B_i}=\begin{bmatrix}\dfrac{-V_{m_i}}{V_i^2} & \dfrac{V_{r_i}}{V_i^2}\\[2ex] \dfrac{-V_{r_i}}{V_i^2} & \dfrac{-V_{m_i}}{V_i^2}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C_i}=\begin{bmatrix}\dfrac{-V_{m_i}}{V_i^2} & \dfrac{V_{r_i}}{V_i^2}\\[2ex] \dfrac{V_{r_i}}{V_i} & \dfrac{V_{m_i}}{V_i}\end{bmatrix}$$

$$\underline{\Delta}_{\theta V}=\left[\begin{array}{cccccccc}\Delta\theta_1 & \Delta V_1 & \Delta\theta_2 & \Delta V_2 & \ldots & \Delta\theta_n & \Delta V_n\end{array}\right]^t$$

$$\underline{\Delta}_{PQ}=\left[\begin{array}{cccccccc}\Delta P_1 & \Delta Q_1 & \Delta P_2 & \Delta Q_2 & \ldots & \Delta P_n & \Delta Q_n\end{array}\right]^t$$

$$\underline{\Delta}\mathbf{V}_{rm}=\left[\begin{array}{ccccc}\Delta V_{r_1} & \Delta V_{m_1} & \ldots & \Delta V_{r_n} & \Delta V_{m_n}\end{array}\right]^t$$

A formulação aumentada possui as mesmas características de convergência das equações do fluxo de potência convencional, onde as injeções de potência são expressas em coordenadas polares. Isto pode facilmente ser demonstrado, aplicando-se a redução de Kron ao sistema de equações (40), de modo a buscar uma relação entre os vetores $\underline{\Delta}P$ e $\underline{\Delta}Q$ com $\underline{\Delta}\theta$ e $\underline{\Delta}V$, ou seja:

$$\underline{\Delta}_{\theta V}=\mathbf{J}_{red}^{-1}\,\underline{\Delta}_{PQ} \tag{41}$$

onde:

$$\mathbf{J}_{red}^{-1}=-\mathbf{C}\,\mathbf{Y}^{*^{-1}}\,\mathbf{B} \tag{42}$$

sendo $\mathbf{J}_{red}$ a matriz jacobiano do fluxo de potência em coordenadas polares.

Facilmente verifica-se que o sistema de equações (40) é do tipo híbrido, ou seja, o vetor $\underline{\Delta}P$ e as componentes do vetor $\underline{\Delta}Q$ correspondentes às barras de carga são conhecidos. A solução deste sistema de equações é obtida em dois passos:

Passo 1: Para uma dada iteração j resolve-se o seguinte sistema:

$$\left[\begin{array}{c} \underline{0} \\ \hline \underline{\Delta}_{PQ}^{(j)} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{Y}^{*(j)} & \mathbf{B}^{(j)} \\ \hline 0 & \mathbf{I} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \underline{\Delta}\mathbf{V}_{rm}^{(j)} \\ \hline \underline{\Delta}_{PQ}^{(j)} \end{array}\right] \tag{43}$$

onde $\mathbf{I}$ é matriz identidade

Passo 2: Determinam-se as correções nas magnitudes e nos ângulos das tensões das barras, utilizando-se a seguinte expressão:

$$\underline{\Delta}_{\theta V}^{(j)} = \mathbf{C}^{(j)}\,\underline{\Delta}\mathbf{V}_{rm}^{(j)} \tag{44}$$

A nova solução é dada por:

$$\underline{\mathbf{V}}^{(j+1)} = \underline{\mathbf{V}}^{(j)} + \underline{\Delta}\mathbf{V}^{(j)} \tag{45}$$

$$\underline{\theta}^{(j+1)} = \underline{\theta}^{(j)} + \underline{\Delta}\theta^{(j)} \tag{46}$$

Na implementação computacional foi feita reordenação das equações do sistema descrito por (40), de tal forma que cada barra é representada por um bloco de ordem (4×4).

4 INCORPORAÇÃO DE CONTROLES

No trabalho utiliza-se o ajuste automático das variáveis envolvendo modificações na matriz aumentada, de modo a incluir equações referentes ao controle desejado, visando a obtenção das variáveis de interesse via solução direta.

Como ilustração, seja um transformador conectado entre as barras k e m, no qual a variável de controle a_{km} referida à barra k, regula a magnitude da tensão V_m. Para proceder ao controle automático de tap, insere-se na matriz jacobiano uma coluna referente às derivadas dos resíduos de correntes com relação ao tap. Por outro lado, tem-se que:

$$\Delta V_m = V_m^{sp} - V_m^{calc} \tag{47}$$

Sendo V_m^{sp} uma constante, tem-se então a seguinte expressão linearizada:

$$\Delta V_m = -\frac{\partial V_m}{\partial V_{r_m}}\Delta V_{r_m} - \frac{\partial V_m}{\partial V_{m_m}}\Delta V_{m_m} \tag{48}$$

Sabendo-se que $V_m = (V_{r_m}^2 + V_{m_m}^2)^{1/2}$, então a equação a ser inserida na matriz jacobiano é a seguinte:

$$\Delta V_m = -\frac{V_{r_m}}{V_m}\Delta V_{r_m} - \frac{V_{m_m}}{V_m}\Delta V_{m_m} \tag{49}$$

Desta forma, a estrutura da matriz aumentada é a seguinte:

$$\left[\begin{array}{c} \underline{0} \\ \hline \underline{\Delta}_{\theta V} \\ \hline \Delta V_m \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{Y}^{*} & \mathbf{B} & \underline{\mathbf{E}} \\ \hline \mathbf{C} & 0 & \underline{0} \\ \hline \underline{\mathbf{D}}^{t} & \underline{0}^{t} & \mathbf{F} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \underline{\Delta}\mathbf{V}_{r_m} \\ \hline \underline{\Delta}_{PQ} \\ \hline \Delta a_{km} \end{array}\right]$$

onde:

$$\mathbf{D} = \left[\begin{array}{ccccccc} 0 & \ldots & \frac{V_{r_m}}{V_m} & \frac{V_{m_m}}{V_m} & \ldots & 0 \end{array}\right]^t$$

$$\mathbf{E} = -\left[\begin{array}{cccc} \ldots\frac{\partial \Delta I_{m_k}}{\partial a_{km}} & \frac{\partial \Delta I_{r_k}}{\partial a_{km}} \ldots \frac{\partial \Delta I_{m_m}}{\partial a_{km}} & \frac{\partial \Delta I_{r_m}}{\partial a_{km}} & \ldots \end{array}\right]^t$$

$$\mathbf{F} = 0$$

Da solução deste sistema linear determina-se a variável Δa_{km}, possibilitando então a determinação do novo valor do tap:

$$a_{km}^{(j+1)} = a_{km}^{(j)} + \Delta a_{km}^{(j)} \tag{50}$$

5 RESULTADOS

Para a validação dos modelos propostos são então utilizados os modelos equivalentes de 730 e 1653 barras, referentes ao sistema interligado das regiões sul e sudeste brasileiro. As características básicas destes sistemas estão descritas na Tabela (1), onde as cargas ativa e reativa do sistema de 1653 barras são modeladas como sendo 50% do

Tabela 1 - Características dos Sistemas Testes

Sistema Teste	730 Barras	1653 Barras
Circuitos	1146	2382
Barras PV	103	121
Transformadores	277	472
Carga (MW)	28565	26703
Carga(MVAr)	6574	13436

Tabela 2 - Resíduos Máximos – 730 Barras

Iteração	Resíduo Máximo (pu) Formulação		
	Básica	Aumentada	Convencional
0	-48,876430	-48,876430	-48,876430
1	1,049030	0,354070	0,354069
2	-0,026862	-0,006990	-0,006989
3	0,000220	-0,000329	-0,000326

tipo impedância constante mais 50% do tipo corrente constante. Os resultados mostrados na Tabela (2) referentes ao sistema de 730 barras, correspondem ao modelo de carga do tipo potência constante.

A convergência da solução iterativa das equações do fluxo de potência é obtida quando os resíduos máximos de potência ativa e reativa for menor que 0,001 pu. No controle de tensão via tap de transformador a convergência é obtida quando o valor absoluto da diferença entre as magnitudes da tensão calculada e especificada na barra de controle for menor que 0,001 pu.

Conforme mostrado na seção 3, os resultados das Tabelas (2) e (3) evidenciam que a formulação aumentada possui a mesma característica de convergência da formulação convencional. A formulação básica de injeção de corrente proposta apresenta uma característica de convergência ligeiramente diferente das outras duas.

A Tabela (4) apresenta o relatório de convergência do sistema de 730 barras, utilizando-se a formulação aumentada e considerando-se as cargas modeladas como impedância constante ($Z^{cte.}$), corrente constante ($I^{cte.}$) e combinação de 40% do tipo potência constante mais 30% do tipo corrente constante mais 30% do tipo impedância constante (Mista).

As Tabelas (5) e (6) apresentam os tempos computacionais nas fases mais dispendiosas de cálculo. Os resultados são obtidos utilizando-se um microcomputador PC-486, 33 MHz. A parcela referenciada como *outros*, inclui principalmente o cálculo dos resíduos, dos fluxos de potência ativa e reativa em todas as linhas e das gerações reativas das barras de tensão controlada. Observa-se que a montagem da matriz jacobiano, no caso da formulação básica de injeção de corrente é muito mais rápida que a formulação convencional.

Tabela 3 - Resíduos Máximos – 1653 Barras

Iteração	Resíduo Máximo (pu) Formulação		
	Básica	Aumentada	Convencional
0	82,506656	82,506656	82,506656
1	3,762527	16,926767	16,926767
2	-0,881617	4,226183	4,226180
3	-0,097422	0,858707	0,858707
4	-0,002298	0,065671	0,065671
5	-0,000363	-0,000759	-0,000762

Tabela 4 - Modelagem de Carga – 730 Barras

Iteração	Resíduo Máximo (pu) Formulação Aumentada		
	Carga $Z^{cte.}$	Carga $I^{cte.}$	Carga Mista
0	-48,876430	-48,876430	-48,876430
1	-0,403327	0,374413	0,373643
2	-0,007018	-0,007093	-0,007110
3	-0,000493	0,000260	-0,000291

Tabela 5 - Tempos Computacionais (1pu = 3,35s) – 730 Barras

Tarefas	Tempo Computacional (pu) Formulação		
	Básica	Aumentada	Convencional
Montagem do Jacobiano	0,0478	0,0478	0,2298
Fatoração do Jacobiano	0,5403	0,7520	0,4925
Outros	0,4119	0,4627	0,4089
Total	1,0000	1,2627	1,1313

A Tabela (7) apresenta os resultados obtidos no tocante ao controle automático de tap referentes ao sistema de 730 barras, considerando-se as cargas modeladas como sendo do tipo potência constante.

A Tabela (8) mostra a taxa de convergência do maior resíduo de potência em função do número de iterações, considerando-se os ajustes descritos na Tabela (7) e as cargas modeladas como sendo do tipo potência constante.

Tabela 6 - Tempos Computacionais (1pu = 10,60s) – 1653 Barras

Tarefas	Tempo Computacional (pu) Formulação		
	Básica	Aumentada	Convencional
Montagem do Jacobiano	0,0519	0,0575	0,2641
Fatoração do Jacobiano	0,4924	0,7406	0,4764
Outros	0,4557	0,4981	0,4302
Total	1,0000	1,2962	1,1707

Tabela 7 - Controle Automático de Tap – 730 Barras

Barras Terminais ($k-m$)	Barra de Controle	Tensão (pu)	Tap Inicial (pu)	Tap Final (pu)
61–60	61	1,000	1,050	0,866
120–121	120	1,020	0,990	0,925
161–130	161	1,030	1,065	0,990
180–181	180	0,990	0,956	0,934
367–368	368	1,050	0,975	1,001

Tabela 8 - Relatório de Convergência – 730 Barras

Iteração	Resíduo Máximo (pu) Formulação		
	Básica	Aumentada	Convencional
0	-48,876430	-48,876430	-48,876430
1	80,203052	24,444066	24,444066
2	-8,714972	4,394440	4,394440
3	4,292486	0,562881	0,562881
4	0,291557	0,011850	0,011850
5	0,002084	0,000418	0,000418
6	-0.000181	–	–

6 CONCLUSÕES

Desenvolve-se um modelo matemático para solução do fluxo de potência, baseado nas equações de correntes nodais. Conforme pode ser verificado, tal desenvolvimento proporciona uma grande facilidade na montagem da matriz $\mathbf{Y}^*$, uma vez que, tal matriz é formada utilizando-se simplesmente os termos correspondentes da matriz admitância nodal e incluindo-se os modelos de carga nos termos de seus blocos diagonais. Além disto, para a inclusão das cargas utilizam-se equações muito simples.

As equações representativas da formulação aumentada, correspondem à formulação convencional de solução do fluxo de potência, ou seja, equações de resíduos de potência em coordenadas polares. Tal fato claramente evidencia a validade do modelo proposto e enfatiza a sua grande vantagem em termos das facilidades de montagem da matriz jacobiano.

A formulação básica de injeção de corrente não apresenta a mesma característica de convergência da formulação convencional em coordenadas polares. Entretanto, se a atualização das variáveis nesta formulação for realizada utilizando-se as Equações (44), (45) e (46), a característica de convergência é exatamente igual àquela da formulação convencional. Independente da forma de correção utilizada, há uma redução no tempo computacional, conforme ilustrado pelas Tabelas (5) e (6).

Na formulação aumentada quando uma barra k é de carga, as duas equações correspondentes aos incrementos de módulo e ângulo da tensão nesta barra $(\Delta V_k, \Delta\theta_k)$ não são fatoradas. Por outro lado, quando a barra k é do tipo tensão controlada tem-se que somente a equação para ΔV_k é fatorada, considerando-se esta equação igual a zero. Tal procedimento facilita a transformação da barra de tensão controlada para barra de carga e vice-versa, durante o processo iterativo de solução do fluxo de potência, uma vez que a estrutura da matriz jacobiano não é alterada.

Na representação de transformadores com tap variável de modo a controlar a tensão em uma barra k, a equação adicional correspondente a ΔV_k é fatorada, onde na convergência $\Delta V_k = 0$. Isto equivale a representar esta barra como sendo do tipo PQV.

Referências

Chan S.M. and V. Brandwajn (February, 1986) Partial matrix refactorization. *IEEE Transactions on Power Systems*, PWRS-1, No. 1:193–200.

Dommel H.W., W.F. Tinney, and W.L. Powell (January, 1970) Further developments in newton's method for power system applications. *IEEE Winter Power Meeting, Conference Paper No. 70 CP 161-PWR New York*.

Iwamoto S. and Y. Tamura (April, 1981) A load flow calculation method for ill-conditioned power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-100, No. 4:1736–1743.

Monticelli A.J., A. Garcia, and O.R. Saavedra (November, 1990) Fast decoupled load flow: Hypothesis, derivations, and testing. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5, No. 4:1425–1431,

EPRI's Office of Exploratory Research (August, 1991) Proceedings: Workshop on advanced mathematics and computer science for power systems analysis. *EPRI publication EAR/EL-7107s*.

Pinto H.J.C.P., N. Martins, X.V. Filho, A. Bianco, and P. G. Santos (August, 1994) Modal analysis for voltage stability: Application at base case and point of collapse. *Proceedings of 3th Voltage Stability, Security and Control, Davos, Switzerland.*

Pinto H.J.C.P., N. Martins, and J.L.R. Pereira (September, 1994) Small-signal voltage stability analysis. *Proceedings of 10th Brazilian Congress of Automatic Control, Rio de Janeiro, Brazil*, pages 500–505.

Rajicic D. and A. Bose (May, 1988) A modification to the fast decoupled power flow for networks with high r/x ratios. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3, No. 2:743–746.

Stott B. (October, 1971) Load flow for a.c. and integrated a.c./d.c. systems.

Stott B. (September/October, 1972) Decoupled newton load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-91:1955–1959.

Stott B. (July, 1974) Review of load-flow calculation methods. *Proceedings of IEEE*, 62:916–929.

Stott B. and O. Alsac (May/June, 1974) Fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-93, No. 3:859–869.

Talaq J. (July, 1994) Modelling and elimination of load buses in power flow solutions. *IEEE Summer Power Meeting, Paper 94 SM 505-8 PWRS San Francisco.*

Tinney W.F., V. Brandwajn, and S.M. Chan (February, 1985) Sparse vector methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-104, No. 2:295-301.

Tinney W.F. and C.E. Hart (November, 1967) Power flow solution by newton's method. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-86:1449–1456.

Tinney W.F. and J.W. Walker (November, 1967) Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization. *Proceedings of IEEE*, 55:1801–1809.

Tripathy S.C., G.D. Prasad, O.P. Malik, and G.S. Hope (October, 1982) Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a newton-like method. *IEEE Transactions on Power Systems*, Pas-101, No. 10:3648–3657.

Van Amerongen R.A.M. (May, 1989) A general-purpose version of the fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4, No. 2:760–770.

APÊNDICE A
Formulação Convencional do Fluxo de Potência

O problema do fluxo de potência pode ser expresso em função das equações de potência, escritas em termos das coordenadas polares das tensões nas barras do sistema. Assim, para uma barra genérica k tem-se que:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^{n} V_m (G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\sin\theta_{km}) \qquad (51)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^{n} V_m (G_{km}\sin\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}) \qquad (52)$$

Aplicando-se o método de Newton-Raphson à formulação descrita pelas Equações (51) e (52), obtém-se uma relação linearizada entre as variações da tensão e do ângulo, para as variações das potências ativa e reativa (Tinney e Hart, 1967). Assim:

$$\left[\begin{array}{c} \underline{\Delta} P^{(j)} \\ \hline \underline{\Delta} Q^{(j)} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{H}^{(j)} & \mathbf{N}^{(j)} \\ \hline \mathbf{M}^{(j)} & \mathbf{L}^{(j)} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \underline{\Delta}\theta^{(j)} \\ \hline \underline{\Delta} V^{(j)} \end{array}\right] \qquad (53)$$

onde as componentes das sub-matrizes **H**, **N**, **M** e **L** são dadas por:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km}\sin\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}) \qquad (54)$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \qquad (55)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\sin\theta_{km}) \qquad (56)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k}{V_k} + V_k G_{kk} \qquad (57)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\sin\theta_{km}) \qquad (58)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = P_k - V_k^2 G_{kk} \qquad (59)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km}\sin\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}) \qquad (60)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} \qquad (61)$$

APÊNDICE B
Parâmetros Referentes aos Modelos de Carga

Com relação aos modelos de carga a serem representados no problema de fluxo de potência, os parâmetros a_k, b_k, c_k e d_k mostrados nas Equações (12), (13), (14) e (15) são dados através das seguintes expressões:

$$a_k = \frac{Q_k(V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) - 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,P_k}{V_k^4} + \frac{V_{r_k}\,V_{m_k}\,P_{1_k} + Q_{1_k}\,V_{m_k}^2}{V_k^3} + Q_{2_k} \qquad (62)$$

$$b_k = \frac{P_k(V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) + 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,Q_k}{V_k^4} - \frac{V_{r_k}\,V_{m_k}\,Q_{1_k} + P_{1_k}\,V_{r_k}^2}{V_k^3} - P_{2_k} \qquad (63)$$

$$c_k = \frac{P_k(V_{m_k}^2 - V_{r_k}^2) - 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,Q_k}{V_k^4} + \frac{V_{r_k}\,V_{m_k}\,Q_{1_k} - P_{1_k}\,V_{m_k}^2}{V_k^3} - P_{2_k} \qquad (64)$$

$$d_k = \frac{Q_k(V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) - 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,P_k}{V_k^4} + \frac{V_{r_k}\,V_{m_k}\,P_{1_k} - Q_{1_k}\,V_{r_k}^2}{V_k^3} - Q_{2_k} \quad (65)$$

Caso a carga na barra genérica k seja considerada como sendo do tipo potência constante, então tem-se que:

$$a_k = d_k = \frac{Q_k(V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) - 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,P_k}{V_k^4} \quad (66).$$

$$b_k = -c_k = \frac{P_k(V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) + 2\,V_{r_k}\,V_{m_k}\,Q_k}{V_k^4} \quad (67)$$

Estes parâmetros são calculados a cada iteração do fluxo de potência, sendo utilizados para a atualização dos blocos diagonais da matriz $\mathbf{Y}^*$.