
Informações Quantitativas e Qualitativas no Projeto de Controladores Nebulosos

FARLEY SIMON MENDES NOBRE & ÁLVARO GERALDO BADAN PALHARES

Laboratório de Sistemas Modulares Robóticos
DSCE - FEE - UNICAMP
CP 6101, CEP 13081-970, Campinas-SP, Brasil
e-mail: farley@dsce.fee.unicamp.br
e-mail: badan@dsce.fee.unicamp.br

RESUMO. Este trabalho apresenta uma metodologia para projeto e análise de controladores nebulosos. Os principais objetivos são a especificação e o estudo da base de regras. Para tal fim serão utilizadas informações quantitativas fundamentadas em conceitos matemáticos e informações qualitativas fornecidas por um especialista. Procurar-se-á mostrar que a combinação destas duas informações pode ser usada como uma maneira alternativa para projeto e análise de controladores lineares e não lineares, os quais são obtidos a partir da descrição analítica das regras linguísticas de controladores nebulosos. O método proposto para o projeto das regras de controle baseia-se na resposta ao degrau de processos e contribui para modificação da base de regras. Algumas informações adicionais que relatam a experiência básica de um especialista são também empregadas. Um método alternativo para descrição analítica das regras linguísticas de controle é proposto e também contribui para estudo local da base de regras, definição das funções de pertinência, escolha da função de implicação e dos operadores lógicos e sintonia dos fatores de escala. Subsequentemente, é proposta uma maneira alternativa para implementação de um controlador nebuloso. A motivação desta nova estrutura é utilizar uma base de regras equivalente à de um controlador nebuloso PI. A aplicabilidade dos conceitos apresentados neste trabalho é mostrada através de simulações.

ABSTRACT. This work presents a methodology for designing fuzzy logic controllers. The main objectives are concerned with rule base design and analysis. For this purpose we shall use quantitative information which is based on mathematical concepts as well as qualitative information

provided by a human expert. We will try to show how the combination of this information can be used as a new way for designing and analysing linear and nonlinear controllers which are analytically derived from linguistic rules of fuzzy logic controllers. The method proposed to design the control rules is based on the process step response and it contributes to rule base modification. Moreover, some meta-rules that relate the basic experience of a human operator are also used. An alternative approach to derive the analytical model of the linguistic control rules is proposed and it also contributes to local study of the rule base, membership function design, implication function and logical operator choice and scaling factors tuning. Subsequently, a new structure of a fuzzy controller is proposed. This structure is motivated by using an equivalent fuzzy PI controller rule base. The applicability of the concepts presented in this work is illustrated through simulation.

1 - INTRODUÇÃO

As primeiras implementações de controladores nebulosos foram realizadas por Mamdani (1974) e Mamdani e Assilian (1975), motivados pelos trabalhos de Zadeh (1965, 1968 e 1973). Naquelas ocasiões, foram utilizados o erro (e) e a variação do erro ($\delta e = e_k - e_{(k-1)}$) como variáveis de entrada e a variação na ação de controle (δu) como variável de saída dos controladores. A associação destes controladores com aqueles clássicos que utilizam as mesmas variáveis foi primeiramente observada por Kickert e Lemke (1976) onde os autores discutem três diferentes controladores nebulosos. O primeiro, por utilizar e e δe como variáveis de entrada e δu como variável de saída, foi associado a um algoritmo

^o Artigo submetido em 10/04/96;
1^a Revisão em 01/10/96 2^a Revisão em 08/04/97
Aceito por recomendação do Ed.Consultor Prof.Dr.Ricardo Tanscheit

de controle PI incremental; o segundo, por utilizar e e δu como variáveis de entrada e saída, foi associado a um algoritmo de controle I incremental; e o terceiro, por utilizar e e uma ação de controle u como variáveis de entrada e saída, foi associado a um algoritmo de controle P posicional. Estas associações permitiram a Kickert e Lemke esclarecer os diferentes comportamentos dos três controladores. Desde então, inúmeros trabalhos sobre controladores nebulosos do tipo PI, PD e PID têm sido publicados.

Dentre os tipos PI, PD e PID, os controladores nebulosos PI e PD são os mais comuns. Esta preferência é devida a dois motivos principais: os controladores nebulosos PID utilizam três variáveis de entrada, ocasionando um maior número de regras, e portanto, dificultando o projeto; com o emprego de somente duas variáveis, pode-se aproveitar técnicas clássicas de análise de sistemas de controle, principalmente a do plano de fase, para a especificação e análise da base de regras do controlador. Apesar de sua larga utilização, os controladores nebulosos PI podem não proporcionar um desempenho de controle satisfatório em aplicações envolvendo processos de alta ordem (Lee J., 1993), enquanto os controladores nebulosos PD proporcionam algum erro em regime permanente. Contudo, algumas estruturas alternativas para a implementação de controladores nebulosos PID têm sido propostas (Kwok *et al*, 1990), (Abdelnour *et al*, 1992), (Lee J., 1993), (Nobre, 1995), entre outros.

Em geral, as maiores dificuldades encontradas no projeto destes controladores consistem na sintonia dos fatores de escala, da especificação da base de regras e da definição das funções de pertinência.

A primeira pode ser justificada pelo fato de que um controlador nebuloso é, na maioria dos casos, uma função não linear, a qual mapeia suas entradas para saídas de controle, dificultando então a obtenção de uma fórmula fechada para a sintonia dos fatores de escala. Por este motivo, alguns métodos heurísticos têm sido estudados (Abdelnour *et al*, 1991), (Zheng, 1992), (Maeda e Murakami, 1992), (Tanscheit e Lembessis, 1995), entre outros. Uma outra maneira, que facilita a sintonia dos fatores de escala, consiste em se projetar um controlador linear a partir de um controlador nebuloso. Isto é possível escolhendo-se adequadamente os parâmetros estruturais¹ do controlador nebuloso, e em seguida, descrevendo-o analiticamente. Várias são as publicações relacionadas a este método, onde, em sua maioria, relatam o estudo de controladores nebulosos e suas relações com controladores clássicos do tipo PID (Tang e Mulholland, 1987), (Buckley e Ying, 1989), (Siler e Ying, 1989), (Ying *et al*, 1990), (Buckley e Ying, 1990), (Matía *et al*, 1992), (Moon, 1995), (Mizumoto, 1995), (Hajjaji e Rachid, 1995), entre outros. Este método pode ser usado como início de projeto e será abordado neste trabalho.

A especificação da base de regras pode ser obtida de diferentes maneiras, ressaltando-se as seguintes (Lee C., 1990):

- Baseando-se na experiência e conhecimento de especialistas

¹Ex: operadores de nebulização e desnebulização, operadores lógicos, função de implicação, funções de pertinência, base de regras, e outros, (Lee C., 1990).

tas (King e Mamdani, 1977), (Pappis e Mamdani, 1977), (Larsen, 1980), (Larkin, 1985), (Li e Lau, 1989), (Tobi *et al*, 1992), (Altrock *et al*, 1992), (Cavalcante *et al*, 1995), (Holmblad and Ostergaard, 1995), entre outros;

- Pela observação das ações de controle de um especialista (Takagi e Sugeno, 1983);
- A partir do modelo nebuloso² do processo (Pedrycz, 1985) e (Takagi e Sugeno, 1985);
- Através de algoritmos de aprendizagem (Procyk e Mamdani, 1979), (Wang, 1994), (Papa *et al*, 1995), (Linkens e Nyongesa, 1995a e 1995b), entre outros.

O presente trabalho resume-se à primeira técnica, e portanto, uma breve descrição desta será feita a seguir. Esta técnica é puramente heurística em natureza e depende do conhecimento qualitativo do especialista sobre o comportamento do processo. As regras de controle expressas na forma linguística pelo operador, ou especialista, formam a base de regras inicial do controlador nebuloso. Contudo, tais regras nem sempre satisfazem os critérios estabelecidos e por este motivo alguns métodos para o ajuste e justificção destas regras têm sido propostos (Mamdani e Baklini, 1975), (King e Mamdani, 1977), (MacVicar, 1976), (Braae e Rutherford, 1979a e 1979b) e (Li e Gatland, 1995). Os métodos que estão relacionados a este trabalho, serão comentados em seguida. Em King e Mamdani (1977) os autores subdividem a resposta ao degrau do sistema em malha fechada em várias áreas, onde, a cada uma delas, atribui-se uma regra com o intuito de melhorar o desempenho³ de controle em cada área. Em seguida, a análise do comportamento do mesmo sistema descrito pela trajetória no plano de fase é requerida para a modificação e justificção das regras. Um método similar foi apresentado por Braae e Rutherford (1979a) onde os autores utilizam um plano de fase linguístico para descrever o comportamento do sistema de controle em malha fechada. Cada célula⁴ no plano de fase linguístico é representada por um ponto determinado pelos elementos pertencentes ao universo de discurso dos antecedentes ($e_m, \delta e_m$) que possuem o maior grau de pertinência. Através da observação da trajetória do sistema no plano de fase linguístico, denominada trajetória linguística, ajustam-se primeiramente os fatores de escala e, em seguida, modificam-se as regras. A principal vantagem deste método é que a presença do ruído no plano de fase linguístico é um problema menos crítico se comparado ao plano de fase clássico, desde que os subconjuntos nebulosos sejam adequadamente escolhidos (Braae e Rutherford, 1979a). Naturalmente, o tempo e o esforço gasto para o ajuste das regras de controle dependem de quão bem o especialista define a base de regras inicial. Sob este ponto de vista, os dois métodos anteriores podem ser dispendiosos. MacVicar (1976) observou que as bases de regras utilizadas por King e Mamdani (1977) e Mamdani e Assilian (1975) não eram completas, ou seja, existiam situações para as

²Descrição linguística das características dinâmicas do processo (Lee C., 1990).

³Ex: *overshoot, undershoot, rise time*.

⁴Termo linguístico, ou subconjunto nebuloso, que representa o conseqüente de uma regra.

quais uma ação de controle não estava definida. Naquela ocasião, MacVicar apresentou uma base de regras formada a partir de um algoritmo que, segundo ele, relata a experiência básica de um especialista. Por se apresentar em uma forma muito genérica a base de regras de MacVicar pode não proporcionar um bom desempenho, sendo necessária sua alteração conforme a aplicação. Contudo, esta base pode ser utilizada como início de projeto e posteriormente modificada, segundo King e Mamdani (1977) e Braae e Rutherford (1979a). Recentemente, em Li e Gatland (1995), uma nova metodologia foi proposta. Li e Gatland especificam a base de regras inicial de um controlador nebuloso baseados nas respostas ao degrau de processos genéricos⁵ e suas respectivas trajetórias no plano de fase. Espera-se que este método proporcione uma base de regras também genérica para ser empregada no controle de processos que tenham características semelhantes àqueles usados durante a sua especificação. Este método difere daqueles propostos em King e Mamdani (1977) e Braae e Rutherford (1979a) por utilizar-se não somente do conhecimento de um especialista para a obtenção da base de regras inicial, mas também das informações de processos ditos genéricos. Como vantagem, Li e Gatland apontam uma menor subjetividade de seu método.

Funções de pertinência da forma triangular, trapezoidal, monotônicas, crescentes ou decrescentes e gaussiana são as mais comumente utilizadas em aplicações. A escolha destas funções, assim como a definição de suas características, podem ser feitas das seguintes maneiras:

- Baseando-se no conhecimento de especialistas;
- Pelo emprego de métodos de otimização (Wang, 1994), (Linkens e Nyongesa, 1995a e 1995b);
- Pela definição de uma metodologia, como acontece neste trabalho.

A contribuição deste trabalho é apresentar uma metodologia para projeto e análise de controladores nebulosos. Os principais objetivos são a especificação e o estudo da base de regras. Para tal fim serão utilizadas informações quantitativas e qualitativas. Por informações quantitativas entende-se dados analíticos e numéricos de um sistema, ou seja, conhecimento objetivo. Informações qualitativas são as que descrevem linguisticamente um sistema, ou seja, conhecimento subjetivo (Mendel, 1995). A metodologia se resume às seções 2 e 3. A seção 2 apresenta um método para especificação da base de regras. O objetivo é utilizar as vantagens mostradas em King e Mamdani (1977), MacVicar (1976), Braae e Rutherford (1979a) e Li e Gatland (1995). Na seção 3 alguns critérios para a escolha dos parâmetros estruturais do controlador nebuloso são estabelecidos e, a partir destes critérios, propõe-se um método efetivo para análise da base de regras de controladores nebulosos. A seção 4 apresenta uma maneira alternativa para implementação de um controlador nebuloso. A aplicabilidade da metodologia proposta é enfatizada na seção 5 através de simulações.

2 - PROJETO DA BASE DE REGRAS

⁵De comportamento dinâmico caracterizado por uma resposta sobreamortecida, subamortecida, oscilatória ou instável.

O método para especificação da base de regras a ser proposto nesta seção não requer o modelo do processo a ser controlado e é baseado no comportamento dinâmico da resposta ao degrau de um processo linear subamortecido, como caracterizado pelas figuras 1(a) e 1(b). Observa-se que a resposta deste processo foi subdividida em áreas, onde, a cada uma delas, será atribuída ao menos uma regra de controle definida por um especialista. O objetivo é melhorar critérios de desempenho como *rise time*, *overshoot*, *undershoot*, e outros, em cada uma das áreas.

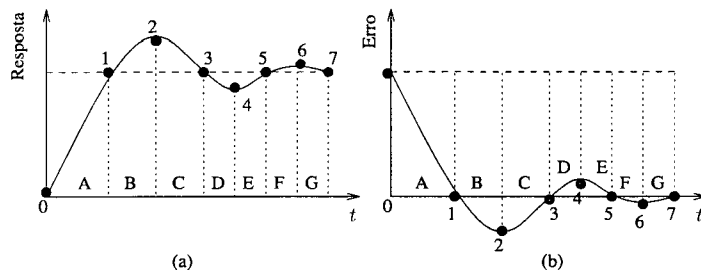


Figura 1 - Informações iniciais: (a) Resposta do processo e (b) Sinal do erro correspondente.

As informações fornecidas pelas áreas demarcadas juntamente com os pontos destacados na figura 1 podem ser caracterizadas como a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} A : \epsilon > 0 \text{ e } \delta\epsilon < 0 \\ B : \epsilon < 0 \text{ e } \delta\epsilon < 0 \\ C : \epsilon < 0 \text{ e } \delta\epsilon > 0 \\ D : \epsilon > 0 \text{ e } \delta\epsilon > 0 \\ E : \text{idem a A} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 : \epsilon > 0 \text{ e } \delta\epsilon < 0 \\ 1 : \epsilon = 0 (\epsilon > 0 \mapsto \epsilon < 0) \text{ e } \delta\epsilon < 0 \\ 2 : \epsilon < 0 \text{ e } \delta\epsilon = 0 (\delta\epsilon < 0 \mapsto \delta\epsilon > 0) \\ 3 : \epsilon = 0 (\epsilon < 0 \mapsto \epsilon > 0) \text{ e } \delta\epsilon > 0 \\ 4 : \epsilon > 0 \text{ e } \delta\epsilon = 0 (\delta\epsilon > 0 \mapsto \delta\epsilon < 0) \\ 5 : \text{idem ao ponto 1} \end{array} \right. \quad (2)$$

em que ϵ é o erro calculado pela diferença entre a referência e a resposta do processo, $\delta\epsilon$ é a variação do erro calculada por $(\epsilon_k - \epsilon_{k-1})$ e os termos k ($k \in \mathbb{N}$) e $k - 1$ denotam os respectivos instantes de amostragem kT_s e $(k - 1)T_s$.

Além de (1) e (2), serão consideradas as seguintes informações descritas por um algoritmo baseado em MacVicar (1976) o qual relata a experiência básica de um especialista:

- *i.* Se ϵ não estiver sendo corrigido devido à resposta do processo estar se afastando da referência, então o incremento na ação de controle δu dependerá do sinal⁶ (*negativo, zero, positivo*) e da magnitude⁷ (*pouco, muito*) de ϵ e $\delta\epsilon$.
- *ii.* Se ϵ estiver sendo corrigido a uma taxa satisfatória, então mantenha a ação de controle em ($\delta u = \text{zero}$). Caso contrário altere o valor de δu para que esta condição seja encontrada.

⁶O sinal é definido por um valor linguístico.

⁷A magnitude do sinal é definida por um modificador (vide apêndice).

- *iii.* Se ϵ e $\delta\epsilon$ são *zero* então mantenha a ação de controle em ($\delta u = zero$).

Observando as figuras 1(a) e 1(b) juntamente com as informações (1) e (2) define-se para o primeiro ítem *i* o seguinte:

i.1 Pontos 1 e 3: o sinal de δu deverá ser o mesmo de $\delta\epsilon$.

i.2 Pontos 2 e 4: o sinal de δu deverá ser o mesmo de ϵ .

i.3 Área A: As regras correspondentes a esta área tem a função de diminuir o *rise time*. O sinal de δu deverá ser *zero* ou *positivo* dependendo da magnitude de ϵ e $\delta\epsilon$.

i.4 Área B: As regras correspondentes a esta área tem a função de reduzir o *overshoot*. O sinal de δu deverá ser *negativo*, com magnitude dependendo daquelas de ϵ e $\delta\epsilon$.

i.5 Área C: As regras associadas a esta área têm a função de corrigir o sinal do erro ($\epsilon \rightarrow 0$), assim como as demais regras, porém procurando afetar o mínimo possível o *undershoot* (área D). O sinal de δu deverá ser *negativo* ou *zero*, dependendo da magnitude de ϵ e $\delta\epsilon$.

i.6 Área D: As regras correspondentes a esta área têm a função de reduzir o *undershoot*. O sinal de δu deverá ser *positivo*, com magnitude dependendo daquelas de ϵ e $\delta\epsilon$.

As áreas A a D e os pontos 1 a 4 podem ser representados na forma de um plano de fase caracterizado simbolicamente por valores qualitativos como mostra a figura 2, sendo que as abreviações *N*, *Z* e *P* denotam os valores linguísticos *negativo*, *zero* e *positivo*. As setas pontilhadas indicam o sentido de crescimento da magnitude dos sinais *N* e *P*. As setas contínuas informam que:

- Área A: Quanto maior a magnitude do sinal *negativo* de $\delta\epsilon$, menor será o *rise time*. Um efeito contrário ocorrerá para o *overshoot*.
- Área B: Quanto menor a magnitude do sinal *negativo* de ϵ e $\delta\epsilon$, menor será o *overshoot*.
- Área C: Quanto menor a magnitude dos sinais *negativo* e *positivo* de ϵ e $\delta\epsilon$ respectivamente, menor será o *undershoot*.
- Área D: Quanto menor a magnitude do sinal *positivo* de ϵ e $\delta\epsilon$, menor será o *undershoot*.

Uma vez definidas as informações necessárias para a constituição do método, apresenta-se em seguida alguns exemplos de base de regras resultantes do seu emprego. As regras de controle serão definidas por declarações condicionais nebulosas do tipo:

$$\mathbf{SE} \epsilon \text{ é } E^{(l)} \mathbf{E} \delta\epsilon \text{ é } \delta E^{(l)} \mathbf{ENTÃO} \delta u \text{ é } \delta U^{(l)} \quad (3)$$

que podem ser representadas, na forma de implicações nebulosas,

$$E^{(l)} \times \delta E^{(l)} \rightarrow \delta U^{(l)}, \quad l = 1, \dots, M \quad (4)$$

em que *M* é o número de regras e $E^{(l)}$, $\delta E^{(l)}$ e $\delta U^{(l)}$ denotam os subconjuntos nebulosos definidos sobre os universos de discurso das variáveis ϵ , $\delta\epsilon$ e δu respectivamente. Três

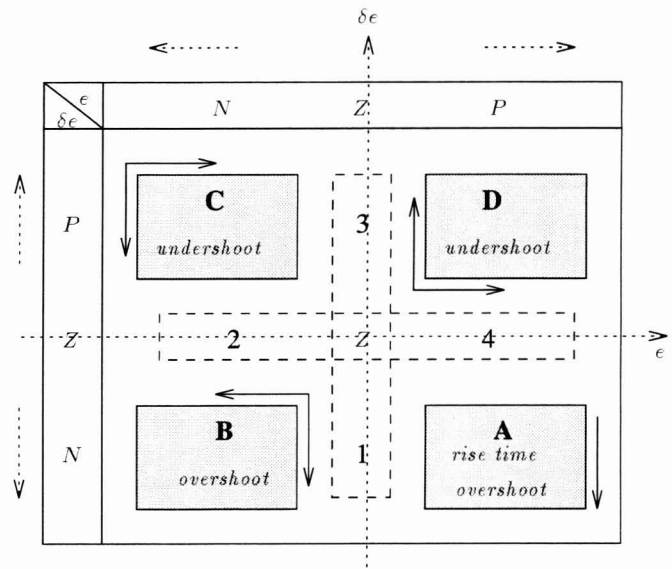


Figura 2 - Áreas em um plano de fase (ϵ , $\delta\epsilon$).

diferentes bases de regras, representadas na forma de matrizes (King e Mamdani, 1977), (MacVicar, 1976) e (Braae e Rutherford, 1979a), são mostradas nas figuras 3, 4 e 5. Cada célula representa o valor linguístico atribuído à variável do conseqüente (δu). As abreviações N_M , *N*, *Z*, *P* e P_M denotam os possíveis valores linguísticos *muito negativo*, *negativo*, *zero*, *positivo* e *muito positivo* atribuídos às variáveis ϵ , $\delta\epsilon$ e δu .

$\delta\epsilon \backslash \epsilon$	N	P
P	C	D
N	B	A

Figura 3 - Base com 4 regras para o cálculo de δu .

$\delta\epsilon \backslash \epsilon$	N	Z	P
P	C	3	D
Z	2		4
N	B	1	A

Figura 4 - Base com 9 regras para o cálculo de δu .

Observa-se que as trajetórias representadas no sentido horário por A-B-C-D, A-1-B-2-C-3-D-4 e A-1-B-2-C-3-D-4-E-5-F-6-G-7-H-8 nas figuras 3, 4 e 5 são em parte similares àquelas descritas nas figuras 1(a) e 1(b), devendo-se notar que a área H e o ponto 8 encontrados na figura 5 dão continuidade à resposta. Conseqüentemente, as regras de controle associadas a cada uma das áreas e a cada um dos pontos destacados podem ser identificadas. Esta mesma trajetória, denominada aqui trajetória linguística por ser descrita sobre um plano de fase simbolicamente representado por valores qualitativos, torna-se mais evidente se considerarmos cada célula da base de regras como represen-

$\delta e \backslash e$	N_M	N	Z	P	P_M
P_M	Z C	Z C	P 3	P_M D	P_M D
P	N C	Z C	P 3	P D	P_M D
Z	N 2	N 2	Z	P 4	P 4
N	N_M B	N B	N 1	Z A	P A
N_M	N_M B	N_M B	N 1	Z A	Z A

Figura 5 - Base com 25 regras para o cálculo de δu .

tada por um ponto centralizado e , em seguida, interligarmos estes pontos conforme ilustrado pela figura 6, onde se considera uma base com 25 regras.

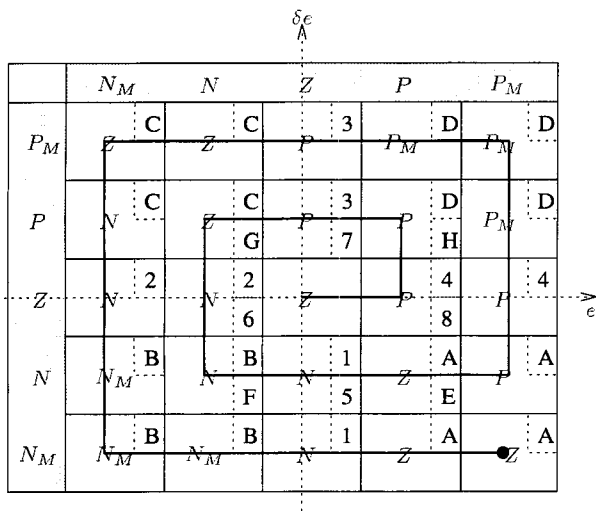


Figura 6 - Trajetória linguística sobre as regras ativadas em um plano de fase ($e, \delta e$).

3 - ANÁLISE: Quantitativa e Qualitativa

A formulação de um modelo matemático que descreve analiticamente as regras linguísticas de um controlador nebuloso pode ser necessária quando se requer um estudo mais rigoroso sobre o controlador, como, por exemplo, análise de estabilidade.

O objetivo desta seção é apresentar uma maneira efetiva para a obtenção de modelos analíticos construídos a partir da base de regras linguísticas de controladores nebulosos. Primeiramente, será definida uma série de critérios para a escolha dos parâmetros estruturais do controlador nebuloso:

• UMA CLASSE DE CONTROLADORES NEBULOSOS

Critério C1. A base de regras deverá ser completa;

Critério C2. Os subconjuntos nebulosos característicos

das entradas deverão possuir as propriedades de um número nebuloso e formar partições nebulosas sobre seus respectivos universos de discurso;

Critério C3. Os subconjuntos nebulosos característicos das saídas deverão conter centros constituídos de um único elemento e possuir as propriedades de um número nebuloso;

Critério C4. A função de implicação deverá ser uma conjunção nebulosa;

Critério C5. O conectivo **E** será definido pelo produto algébrico;

Critério C6. A agregação das regras será feita utilizando o operador soma limitada \oplus ;

Critério C7. O operador a ser utilizado para nebulização das entradas será o *singleton*;

Critério C8. O operador a ser utilizado para desnebulização será a média dos centros (MDC).

A partir dos critérios acima estabelece-se o seguinte teorema:

Teorema: Se os critérios **C1** a **C8** forem utilizados conjuntamente e as regras de controle forem definidas por declarações da forma (3), então o operador de desnebulização MDC se reduz a seguinte equação:

$$\delta u_o = \sum_{l=1}^M \delta u_c^l \cdot \alpha^l \quad (5)$$

em que

$$\alpha^l = \mu_{E^l}(e_k) \cdot \mu_{\delta E^l}(\delta e_k), \quad (6)$$

δu_o é o valor não nebuloso do incremento na saída do controlador, M é o número de regras, δu_c^l é o centro de δU^l , e_k e δe_k denotam os valores do erro e da variação do erro no instante de amostragem kT_s e $\mu_{E^l}(e_k)$ e $\mu_{\delta E^l}(\delta e_k)$ representam os graus de pertinência de e_k e δe_k respectivamente.

Prova: Usando a desnebulização MDC, tem-se:

$$\delta u_o = \frac{\sum_{l=1}^M \delta u_c^l \cdot \mu_{S^l}(\delta u_c^l)}{\sum_{l=1}^M \mu_{S^l}(\delta u_c^l)} \quad (7)$$

onde $\mu_{S^l}(\delta u_c^l)$ é calculada de acordo a regra de inferência composicional,

$$\mu_{S^l}(\delta u_c^l) = (\alpha^l \star \mu_{\delta U^l}(\delta u_c^l)) \star (\mu_{E^l}(e_k) \star \mu_{\delta E^l}(\delta e_k)) \quad (8)$$

onde \star denota norma triangular (Dubois e Prade, 1985), $\mu_{E^l}(e_k)$ e $\mu_{\delta E^l}(\delta e_k)$ são as funções de pertinência dos subconjuntos nebulosos E^l e δE^l obtidos pela nebulização de e_k e δe_k . O critério **C3** diz que $\mu_{\delta U^l}(\delta u_c^l) = 1$ para todo $l = 1, \dots, n$. Devido a **C7** tem-se que $\mu_{E^l}(e_k) = 1$ ($\mu_{\delta E^l}(\delta e_k) = 1$) para $e = e_k$ ($\delta e = \delta e_k$) e $\mu_{E^l}(e_k) = 0$

$(\mu_{\delta E'}(\delta e_k) = 0)$ para todo $e \neq e_k$ ($\delta e \neq \delta e_k$). Desta maneira, a equação (8) resulta em:

$$\mu_{S^l}(\delta u_c^l) = \alpha^l \quad (9)$$

Substituindo (9) em (7), obtém-se:

$$\delta u_o = \frac{\sum_{l=1}^M \delta u_c^l \cdot \alpha^l}{\sum_{l=1}^M \alpha^l} \quad (10)$$

Mostra-se a seguir que o denominador da equação (10) é igual à unidade. Considerando-se o critério **C2** e destacando-se a definição de uma partição nebulosa, pode-se observar que cada valor de entrada e_k e δe_k assumirá dois graus de pertinência complementares ($\mu_{E^l}(e_k)$ e $\mu_{\bar{E}^l}(e_k)$) e ($\mu_{\delta E^l}(\delta e_k)$ e $\mu_{\delta \bar{E}^l}(\delta e_k)$) respectivamente. Portanto, para cada par de entradas $(e_k, \delta e_k)$ contidas em seus respectivos universos de discurso serão ativadas 4 regras. Desta forma, pode-se descrever o denominador de (10) como:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^M \alpha^l &= \mu_{E^l}(e_k) \cdot \mu_{\delta E^l}(\delta e_k) + \mu_{E^l}(e_k) \cdot \mu_{\delta \bar{E}^l}(\delta e_k) + \\ &+ \mu_{\bar{E}^l}(e_k) \cdot \mu_{\delta E^l}(\delta e_k) + \mu_{\bar{E}^l}(e_k) \cdot \mu_{\delta \bar{E}^l}(\delta e_k) = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

Finalmente, conclui-se que:

$$\delta u_o = \sum_{l=1}^M \delta u_c^l \cdot \alpha^l \quad (12)$$

□

A equação (5) será empregada, então, para a descrição analítica de controladores nebulosos definidos pelos critérios **C1** a **C8**.

Controlador Nebuloso - Caso Linear: Seja o controlador nebuloso cuja base de regras é aquela mostrada na figura 3. As funções de pertinência definidas para e , δe e δu são mostradas pelas respectivas figuras 7(a), 7(b) e 7(c).

A figura 7(c) destaca os centros dos subconjuntos nebulosos da saída δu , uma vez que somente estes elementos são considerados na desnebulização MDC. Por este motivo, a forma das funções de pertinência $\mu_{\delta U}(\delta u)$ não exerce influência alguma, sobre esta análise. As equações que descrevem $\mu_E(e)$ são:

$$\mu_N(e) = \frac{L - e}{2L} \quad (13)$$

$$\mu_P(e) = \mu_{\bar{N}}(e) = \frac{L + e}{2L} \quad (14)$$

$\mu_N(\delta e)$ e $\mu_P(\delta e)$ são obtidas trocando-se e por δe em (13) e (14). Substituir-se-á, então, estas equações e os valores de δu_c^l em (5). O resultado de δu_o no instante kT_s é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \delta u_o &= 0 \cdot (\mu_N(e_k) \cdot \mu_P(\delta e_k)) + (-L) \cdot (\mu_N(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \\ &+ L \cdot (\mu_P(e_k) \cdot \mu_P(\delta e_k)) + 0 \cdot (\mu_P(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \end{aligned} \quad (15)$$

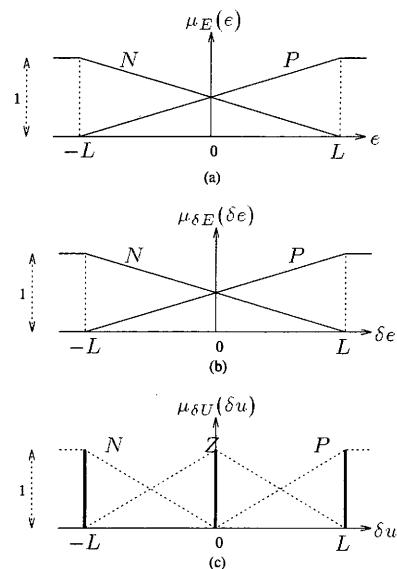


Figura 7 - Subconjuntos nebulosos característicos de (a) e (b) δe e (c) δu .

Portanto,

$$\delta u_o = \frac{1}{2}(e_k + \delta e_k) \quad (16)$$

Esta é uma equação linear e representa o modelo analítico do controlador nebuloso. Mais precisamente este controlador pode ser representado por um modelo linear no limite $[-L, L]$ com saturação nos pontos $(-L, -L)$ e (L, L) , como mostra a figura 8.

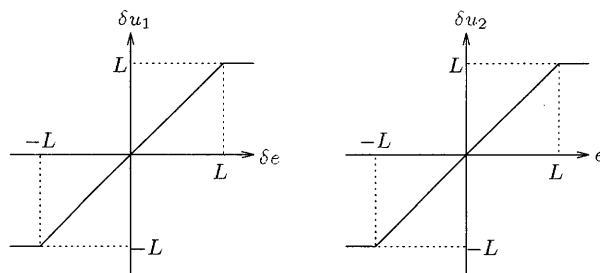


Figura 8 - Decomposição de um controlador linear com saturação, $\delta u_o = \frac{1}{2}(\delta u_1 + \delta u_2)$.

Incluindo fatores de escala na equação (16) o algoritmo incremental deste controlador é descrito por:

$$u_k = \frac{K_{Cn}}{2}[\delta e_k + K_{In} \cdot e_k] + u_{(k-1)} \quad (17)$$

em que $K_{In} = \frac{T_s}{T_{In}}$. T_s é o período de amostragem do controlador e T_{In} é análogo à constante de tempo integral de um controlador I. Observe que a equação (17) é igual àquela de um controlador clássico PI incremental, bastando apenas fazer $K_{Cn} = 2 \cdot K_C$, sendo K_C o ganho proporcional de um controlador P. Um diagrama simplificado deste controlador é apresentado na figura 9.

De forma similar, pode-se obter um controlador clássico PD a partir de $u_o = f(e, K_{Dn} \cdot \delta e)$, cujo algoritmo posicional é dado por:

$$u_k = \frac{K_{Cn}}{2}[e_k + K_{Dn} \cdot \delta e_k] \quad (18)$$

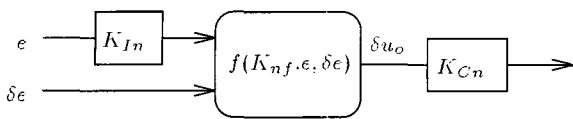


Figura 9 - Diagrama simplificado de um controlador nebuloso PI linear.

em que u_o é o valor não nebuloso de saída, obtido de forma análoga a δu_o , $K_{Dn} = \frac{T_{Dn}}{T_s}$, sendo T_{Dn} equivalente à constante de tempo derivativa de um controlador D e $K_{Cn} = 2.K_C$.

Estes controladores, equações (17) e (18), podem ser usados como início de projeto por proporcionarem uma maneira simples de sintonia de seus fatores de escala através de métodos clássicos⁸ para tal.

Controlador Nebuloso - Caso Não Linear: Considera-se agora o controlador nebuloso cuja base de regras é aquela mostrada na figura 4. As funções de pertinência definidas para e , δe e δu são apresentadas pelas figuras 10(a), 10(b) e 10(c).

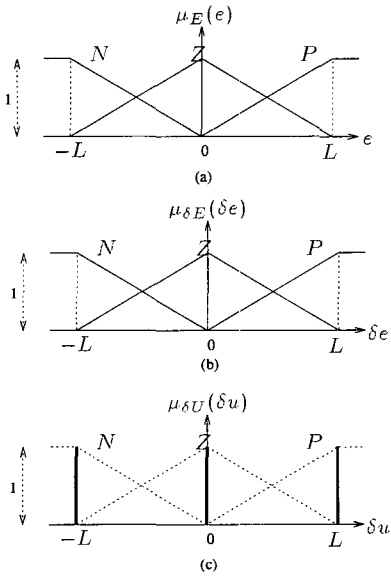


Figura 10 - Subconjuntos nebulosos característicos de (a) e (b) δe e (c) δu .

As equações de $\mu_E(e)$ são:

$$\mu_N(e) = \frac{-e}{L} \quad (19)$$

$$\mu_P(e) = \frac{e}{L} \quad (20)$$

$$\mu_Z(e) = \mu_{\bar{N}}(e) = \frac{L+e}{L}, \text{ se } (-L \leq e \leq 0) \quad (21)$$

$$\mu_Z(e) = \mu_{\bar{P}}(e) = \frac{L-e}{L}, \text{ se } (0 \leq e \leq L) \quad (22)$$

$\mu_N(\delta e)$, $\mu_Z(\delta e)$ e $\mu_P(\delta e)$ são obtidas trocando-se e por δe nas equações (19) a (22). Observando-se as figuras 10(a) e

10(b), pode-se verificar que a base de regras deste controlador, figura 4, pode ser decomposta em 4 regiões denominadas regiões de operação do controlador, como mostra a figura 11.

Região de Operação 1: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

Região de Operação 2: $(0 \leq e \leq L)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

Região de Operação 3: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

Região de Operação 4: $(0 \leq e \leq L)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

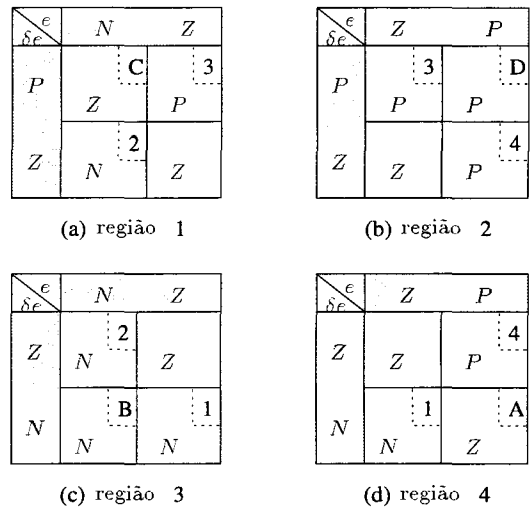


Figura 11 - Regiões de operação do controlador nebuloso com 9 regras.

De forma semelhante ao exemplo anterior, emprega-se a seguir a equação (5) para a descrição analítica deste controlador nebuloso em cada uma das 4 regiões, considerando δu_o no instante kT_s .

Região 1: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$$\begin{aligned} \delta u_o = & 0.(\mu_N(e_k). \mu_P(\delta e_k)) + (-L).(\mu_N(e_k). \mu_Z(\delta e_k)) \\ & + L.(\mu_Z(e_k). \mu_P(\delta e_k)) + 0.(\mu_Z(e_k). \mu_Z(\delta e_k)) \end{aligned} \quad (23)$$

resultando em

$$\delta u_o = e_k + \delta e_k \quad (24)$$

Região 2: $(0 \leq e \leq L)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$$\begin{aligned} \delta u_o = & L.(\mu_Z(e_k). \mu_P(\delta e_k)) + 0.(\mu_Z(e_k). \mu_Z(\delta e_k)) \\ & + L.(\mu_P(e_k). \mu_P(\delta e_k)) + L.(\mu_P(e_k). \mu_Z(\delta e_k)) \end{aligned} \quad (25)$$

resultando em

⁸Ex: Ziegler e Nichols, Dahlin, Kalman, e outros.

$$\delta u_o = e_k + \delta e_k \cdot \left(1 - \frac{e_k}{L}\right) \quad (26)$$

Região 3: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\begin{aligned} \delta u_o &= (-L) \cdot (\mu_N(e_k) \cdot \mu_Z(\delta e_k)) + (-L) \cdot (\mu_N(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \\ &+ 0 \cdot (\mu_Z(e_k) \cdot \mu_Z(\delta e_k)) + (-L) \cdot (\mu_Z(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \end{aligned} \quad (27)$$

resultando em

$$\delta u_o = e_k + \delta e_k \cdot \left(1 + \frac{e_k}{L}\right) \quad (28)$$

Região 4: $(0 \leq e \leq L)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\begin{aligned} \delta u_o &= 0 \cdot (\mu_Z(e_k) \cdot \mu_Z(\delta e_k)) + (-L) \cdot (\mu_Z(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \\ &+ L \cdot (\mu_P(e_k) \cdot \mu_Z(\delta e_k)) + 0 \cdot (\mu_P(e_k) \cdot \mu_N(\delta e_k)) \end{aligned} \quad (29)$$

resultando em

$$\delta u_o = e_k + \delta e_k \quad (30)$$

As regiões 1 e 4 são descritas por equações lineares equivalentes àquela de um controlador clássico PI, bastando apenas incluir os fatores de escala K_{Cn} (com $K_{Cn} = K_C$) e K_{In} de forma semelhante ao exemplo anterior. Observe que as regiões 2 e 3 são descritas por equações não lineares.

Controlador Nebuloso - Caso Não Linear com mais Informações Linguísticas: Neste exemplo final será considerado o controlador nebuloso constituído por 25 regras, figura 5. As funções de pertinência definidas para e , δe e δu estão representadas nas figuras 12(a), 12(b) e 12(c).

As equações de $\mu_E(e)$ são descritas por:

$$\mu_{N_M}(e) = -\frac{2e + L}{L} \quad (31)$$

$$\mu_{P_M}(e) = \frac{2e - L}{L} \quad (32)$$

$$\mu_N(e) = \frac{-2e}{L}, \text{ se } \left(\frac{-L}{2} \leq e \leq 0\right) \quad (33)$$

$$\mu_N(e) = 2\left(\frac{L + e}{L}\right), \text{ se } \left(-L \leq e \leq \frac{-L}{2}\right) \quad (34)$$

$$\mu_P(e) = \frac{2e}{L}, \text{ se } \left(0 \leq e \leq \frac{L}{2}\right) \quad (35)$$

$$\mu_P(e) = 2\left(\frac{L - e}{L}\right), \text{ se } \left(\frac{L}{2} \leq e \leq L\right) \quad (36)$$

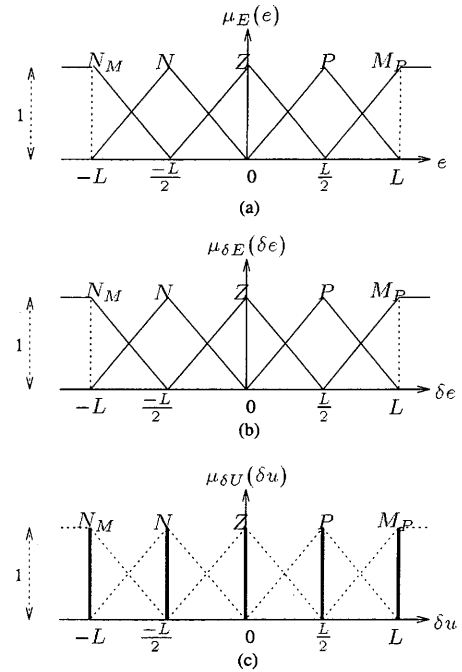


Figura 12 - Subconjuntos nebulosos característicos de (a) e (b) δe e (c) δu com $M = 25$.

$$\mu_Z(e) = \frac{L - 2e}{L}, \text{ se } \left(0 \leq e \leq \frac{L}{2}\right) \quad (37)$$

$$\mu_Z(e) = \frac{L + 2e}{L}, \text{ se } \left(\frac{-L}{2} \leq e \leq 0\right) \quad (38)$$

As equações de $\mu_{\delta E}(\delta e)$ são obtidas substituindo e por δe nas equações (31) a (38). De forma análoga ao exemplo anterior, observando as figuras 12(a) e 12(b) conclui-se que a base de regras deste controlador pode ser decomposta em diferentes regiões de operação, neste caso um total de 16 regiões, como mostra a figura 13.

$\delta e \backslash e$	N_M	N	N	Z	Z	P	P	P_M
P_M	Z^C	Z^C	Z^C	P^3	P^3	P_M^D	P_M^D	P_M^D
P	N^C	Z^C	Z^C	P^3	P^3	P^D	P^D	P_M^D
P	N^C	Z^C	Z^C	P^3	P^3	P^D	P^D	P_M^D
P	N^C	Z^C	Z^C	P^3	P^3	P^D	P^D	P_M^D
Z	N^2	N^2	N^2	Z	Z	P^4	P^4	P^4
Z	N^2	N^2	N^2	Z	Z	P^4	P^4	P^4
Z	N^2	N^2	N^2	Z	Z	P^4	P^4	P^4
N	N_M^B	N^B	N^B	N^1	N^1	Z^A	Z^A	P^A
N	N_M^B	N^B	N^B	N^1	N^1	Z^A	Z^A	P^A
N_M	N_M^B	N_M^B	N_M^B	N^1	N^1	Z^A	Z^A	Z^A

Figura 13 - Regiões de operação do controlador nebuloso com 25 regras.

Naturalmente, cada região descreve o modelo de um controlador que pode ser equacionado como demonstrado anteriormente. Porém, à medida que o número de subconjuntos

nebulosos definidos sobre os universos de discurso das entradas aumenta, o número de regras aumentará conforme a seguinte equação:

$$M = N_\epsilon \cdot N_{\delta\epsilon} \quad (39)$$

em que M é o número de regras, N_ϵ e $N_{\delta\epsilon}$ denotam o número de subconjuntos nebulosos definidos sobre os universos de ϵ e $\delta\epsilon$ respectivamente. Como consequência, o número de regiões de operação do controlador também aumentará como mostra a equação:

$$N_r = (N_\epsilon - 1) \cdot (N_{\delta\epsilon} - 1) \quad (40)$$

em que N_r denota o número de regiões. Portanto, a descrição analítica de todas estas regiões, cada qual constituída de 4 regras, pode-se tornar um trabalho dispendioso.

Uma outra maneira para análise do controlador nebuloso em questão, menos precisa porém mais simples, consiste em subdividir e destacar as duas importantes informações contidas em sua base de regras decomposta na figura 13: o modelo de um controlador linear nas regiões próximas à referência (regiões 6 e 11) e a descrição linguística de controladores não lineares nas regiões distantes da referência (demais regiões). A figura 14 destaca estas informações, sendo que, as setas pontilhadas indicam as regiões onde se encontra o modelo de um controlador linear, e as setas contínuas apontam para as regiões nas quais modelos de controladores não lineares estão descritos linguisticamente por um especialista.

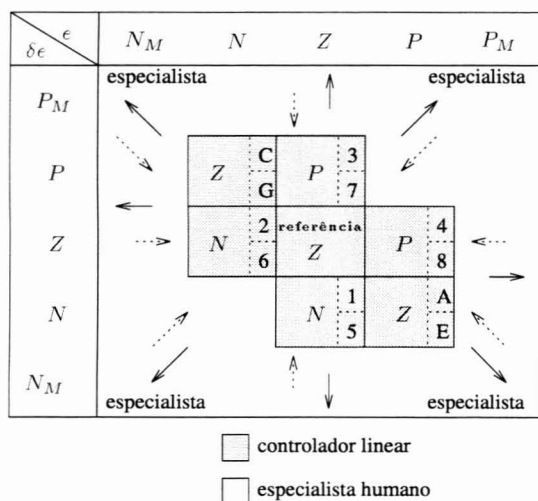


Figura 14 - Informações contidas no controlador nebuloso com 25 regras.

As equações a seguir, obtidas pelo emprego de (5), mostram que o modelo do controlador linear descrito a partir das regiões 6 e 11 é igual àquele dado por (30):

Região 6: $(-\frac{L}{2} \leq \epsilon \leq 0)$ e $(0 \leq \delta\epsilon \leq \frac{L}{2})$

$$\begin{aligned} \delta u_o = & 0 \cdot (\mu_N(\epsilon_k) \cdot \mu_P(\delta\epsilon_k)) + (-\frac{L}{2}) \cdot (\mu_N(\epsilon_k) \cdot \mu_Z(\delta\epsilon_k)) \\ & + \frac{L}{2} \cdot (\mu_Z(\epsilon_k) \cdot \mu_P(\delta\epsilon_k)) + 0 \cdot (\mu_Z(\epsilon_k) \cdot \mu_Z(\delta\epsilon_k)) \end{aligned} \quad (41)$$

resultando em

$$\delta u_o = \epsilon_k + \delta\epsilon_k \quad (42)$$

Região 11: $(0 \leq \epsilon \leq \frac{L}{2})$ e $(-\frac{L}{2} \leq \delta\epsilon \leq 0)$

$$\begin{aligned} \delta u_o = & 0 \cdot (\mu_Z(\epsilon_k) \cdot \mu_Z(\delta\epsilon_k)) + (-\frac{L}{2}) \cdot (\mu_Z(\epsilon_k) \cdot \mu_N(\delta\epsilon_k)) \\ & + \frac{L}{2} \cdot (\mu_P(\epsilon_k) \cdot \mu_Z(\delta\epsilon_k)) + 0 \cdot (\mu_P(\epsilon_k) \cdot \mu_N(\delta\epsilon_k)) \end{aligned} \quad (43)$$

resultando em

$$\delta u_o = \epsilon_k + \delta\epsilon_k \quad (44)$$

4 - CONTROLADOR NEBULOSO PROPOSTO

A configuração básica de um controlador nebuloso é apresentada na figura 15 (Lee C., 1990).

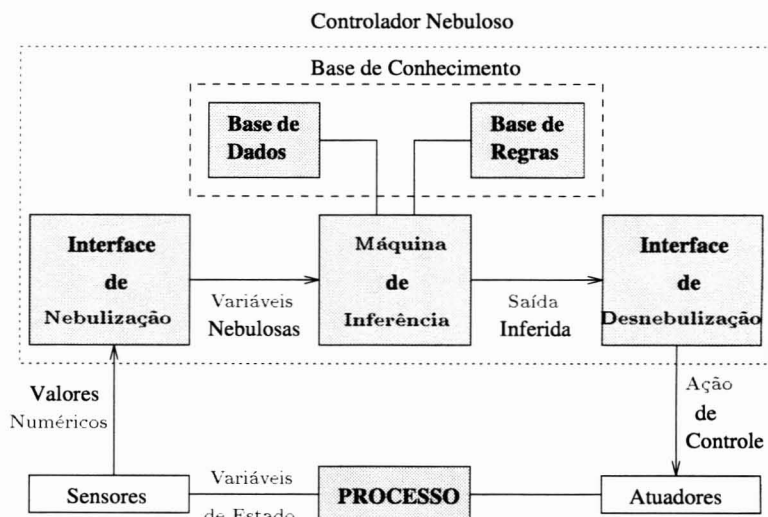


Figura 15 - Configuração básica de um controlador nebuloso.

Este controlador é comumente referido na literatura como *controlador de Mamdani*⁹ uma vez que Mamdani (1974) foi quem primeiro propôs e implementou esta configuração.

A estrutura do controlador a ser proposta aqui é baseada no trabalho de Kwok *et al* (1990) e se apresenta como uma maneira alternativa para a implementação de um controlador nebuloso PID. Este controlador é formado pela composição de dois controladores nebulosos em paralelo como mostra a figura 16. Portanto, duas bases de regras são requeridas.

A base de regras PI é constituída de declarações na forma de (3). Estas regras caracterizam um algoritmo de controle

⁹Este trabalho restringe-se a este tipo de controlador nebuloso embora outras configurações existam, a exemplo dos controladores de Takagi-Sugeno (Takagi e Sugeno, 1985).

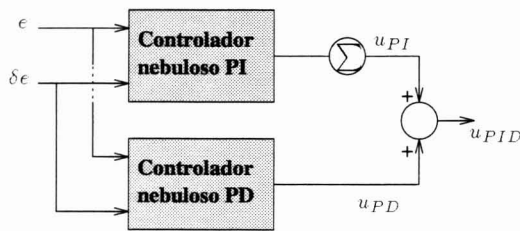


Figura 16 - Controlador nebuloso PI/PD (Kwok *et al.*, 1990).

incremental dado por:

$$u_{PI_k} = \delta u_o + u_{PI_{(k-1)}} \quad (45)$$

As regras PD têm a seguinte forma:

$$\text{SE } e \text{ é } E^{(l)} \text{ E } \delta e \text{ é } \delta E^{(l)} \text{ ENTÃO } u \text{ é } U^{(l)} \quad (46)$$

e caracterizam um algoritmo de controle posicional dado por,

$$u_{PD_k} = u_o \quad (47)$$

em que u_o é obtido analogamente a δu_o . Uma maneira de reduzir o número de regras deste controlador consiste em definir uma base de regras comum aos controladores nebulosos PI e PD. Isto é possível fazendo-se $u = \delta u$, uma vez que as declarações (3) e (46) diferem somente pelo consequente. A figura 17 mostra o controlador nebuloso obtido a partir desta consideração e os fatores de escala incluídos. A figura 18 ilustra a redução do número de regras.

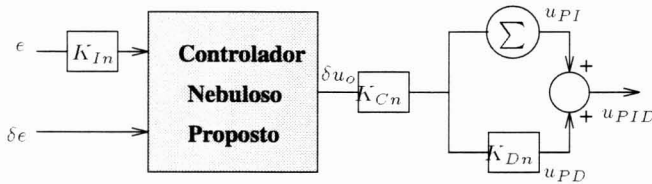


Figura 17 - Estrutura do controlador nebuloso proposto.

Número de subconjuntos nebuloso (N)	3	5	7	8	9
Estrutura padrão (N^3)	27	125	343	512	729
(Abdelnour <i>et al.</i> 1991) $(N-1).(2N-3)$	6	28	66	91	120
(Lee J., 1993) $(2N^2)$	18	50	98	128	162
Estrutura proposta (N^2)	9	25	49	64	81

Número de regras

Figura 18 - Comparação do número de regras para diferentes estruturas de controladores nebulosos PID.

De acordo a figura 17, u_{PID} é calculado por,

$$u_{PI_k} = K_{Cn} \cdot \delta u_o + u_{PI_{(k-1)}} \quad (48)$$

onde $u_{PI_{(k-1)}} = K_{Cn} \cdot \sum_{i=1}^{k-1} \delta u_o$

$$u_{PD_k} = K_{Cn} \cdot K_{Dn} \cdot \delta u_o \quad (49)$$

$$u_{PID_k} = u_{PI_k} + u_{PD_k} \quad (50)$$

5 - SIMULAÇÃO¹⁰

Esta seção tem o objetivo de avaliar a aplicabilidade dos conceitos propostos nas seções 2 e 3 respectivamente. Para tal será projetado um controlador nebuloso para controle de um processo não linear.

5.1 - Apresentação do Processo

O modelo do processo contínuo é representado pelo bloco mostrado na figura 19.

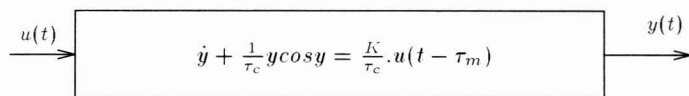


Figura 19 - Diagrama de blocos do processo não linear.

em que os termos K , τ_c e τ_m denotam respectivamente o ganho, a constante de tempo e o atraso de transporte característicos do processo. Para se obter a sintonia inicial do controlador nebuloso a ser projetado, será feita uma linearização deste processo no ponto $y = 0$ empregando-se o método de expansão em série de Taylor até 1ª ordem. O modelo linearizado resultante é apresentado na figura 20 considerando uma perturbação $\Delta u(t - \tau_m)$ e caracteriza um processo de 1ª ordem com atraso de transporte.

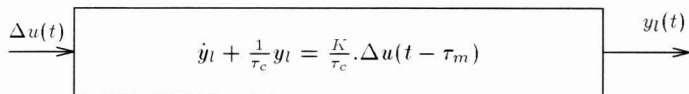


Figura 20 - Diagrama de blocos do processo linearizado.

Desta maneira, o sistema de controle representado na forma discreta com a amostragem do processo contínuo será:

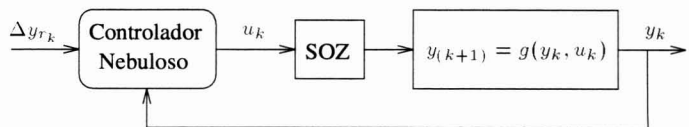


Figura 21 - Sistema de controle na forma discreta.

Aos parâmetros K , τ_c e τ_m serão atribuídos os seguintes valores: $K = 2$, $\tau_c = 5$ s e $\tau_m = 5$ s. O valor do período de amostragem será $T_s = 0.5$ s.

¹⁰ As simulações foram realizadas em computador do tipo SUN S-PARCstation com o programa MATLAB.

5.2 - Apresentação do Controlador Nebuloso

Os parâmetros estruturais do controlador nebuloso serão projetados conforme os conceitos apresentados nas seções II e III. As funções de pertinência características de e e δe são definidas como na figura 10(a) e 10(b) respectivamente e aquelas que caracterizam δu estão definidas de acordo a figura 22. As abreviações N_M , N , N_P , Z , P_P , P e P_M denotam respectivamente os seguintes valores linguísticos: *muito negativo*, *negativo*, *zero*, *positivo* e *muito positivo*.

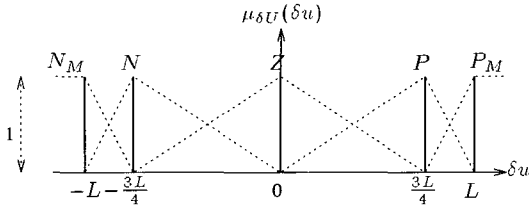


Figura 22 - Funções de pertinência para δu .

A base de regras a ser inicialmente utilizada e suas regiões de operação são definidas como nas figuras 23 e 24 respectivamente. Os números representados no vértice inferior esquerdo de cada célula denotam a enumeração atribuída às regras.

$\delta e \backslash e$	N	Z	P
P	1 Z	2 P	3 P
Z	4 N	5 Z	6 P
N	7 N	8 N	9 Z

Figura 23 - Base de regras inicial para o cálculo de δu .

$\delta e \backslash e$	N	Z
P	1 Z	2 P
Z	3 N	4 Z

(a) região 1

$\delta e \backslash e$	Z	P
P	3 P	4 P
Z	5 Z	6 P

(b) região 2

$\delta e \backslash e$	N	Z
Z	2 N	3 Z
N	4 N	5 N

(c) região 3

$\delta e \backslash e$	Z	P
Z	3 Z	4 P
N	5 N	6 Z

(d) região 4

Figura 24 - Regiões de operação iniciais.

A função de implicação, o conectivo **E** e a agregação das regras serão interpretados de acordo os critérios **C4** a **C6**. Os operadores de nebulização e desnebulização serão definidos como em **C7** e **C8** respectivamente. Os fatores de escala serão especificados adiante.

A descrição analítica das regiões de operação deste contro-

lador considerando δu em um instante kT_s é apresentada a seguir e é obtida empregando-se a equação (5):

Região 1: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$$\delta u_o = \frac{2}{3}(e_k + \delta e_k) \quad (51)$$

Região 2: $(0 \leq e \leq L)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$$\delta u_o = \frac{2}{3}(e_k + \delta e_k) - \frac{2}{3L}(e_k \delta e_k) \quad (52)$$

Região 3: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\delta u_o = \frac{2}{3}(e_k + \delta e_k) + \frac{2}{3L}(e_k \delta e_k) \quad (53)$$

Região 4: $(0 \leq e \leq L)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\delta u_o = \frac{2}{3}(e_k + \delta e_k) \quad (54)$$

Observa-se que as regiões 1 e 4 são descritas por relações lineares enquanto que as regiões 2 e 3 são descritas por relações não lineares. Considerando-se o valor de L suficientemente grande de tal forma que os termos de não linearidade presentes nas equações (52) e (53) sejam desprezíveis, o controlador nebuloso poderá ser representado globalmente por uma única equação linear da forma obtida nas regiões 1 e 4. Sob esta condição, a equação que descreve o controlador nebuloso é:

$$\delta u_o = \frac{2}{3}(e_k + \delta e_k) \quad (55)$$

Os fatores de escala foram incluídos resultando em:

$$\delta u_o = \frac{2K_{Cn}}{3}[e_k + K_{In} \cdot \delta e_k] \quad (56)$$

em que $K_{Cn} = \frac{3}{2}K_C$ e $K_{In} = \frac{T_s}{T_{In}}$ são os fatores de escala do controlador nebuloso e K_C e T_I denotam o ganho proporcional e a constante de tempo integral de um controlador clássico PI. Verifica-se que este controlador é equivalente a um controlador clássico PI e poder-se-á então utilizar métodos de sintonia PID para o cálculo dos fatores de escala. Adotando-se o algoritmo de Dahlin (Chiu, 1973), foram encontrados os seguintes valores:

$$K_{Cn} = 0,35 \quad e \quad T_{In} = 7,13$$

Será adotado $L = 100$.

5.3 - Apresentação dos Resultados

O controlador nebuloso linear definido anteriormente e descrito pela equação (56) será empregado para controle do processo não linear mostrado na figura 19 considerando-se $\Delta y_{r_k} = 0,3$. As figuras 25 e 26 mostram esta simulação sendo que a primeira inclui a resposta do processo linearizado e a segunda inclui o resultado obtido ao utilizar um controlador clássico PI sintonizado também pelo algoritmo de Dahlin.

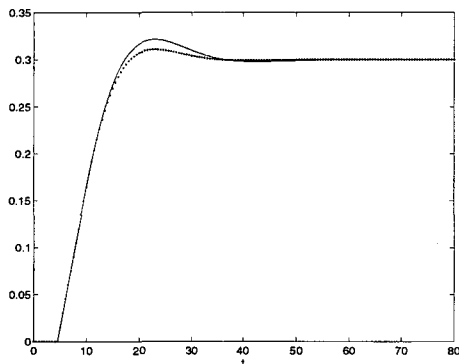


Figura 25 - Resposta do processo não linear (—) vs. linearizado (...).

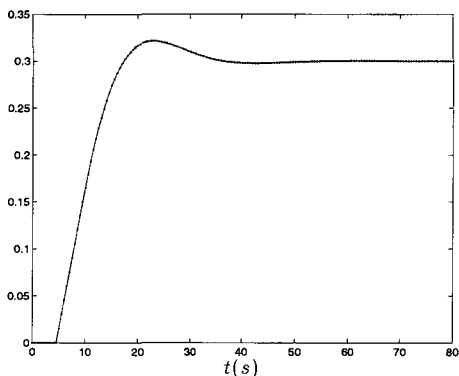


Figura 26 - Controlador nebuloso linear (—) vs. Controlador clássico PI (...).

Observa-se pela figura 25 uma diferença entre a resposta do processo não linear e linearizado e verifica-se pela figura 26 que os resultados do controlador nebuloso linear e do controlador clássico PI são realmente similares. Com o intuito de melhorar o desempenho do controlador nebuloso serão realizadas modificações locais sobre o conjunto de regras linguísticas utilizando-se as informações contidas no plano de fase mostrado pela figura 2. Pretendendo-se reduzir o *rise time* e o *overshoot* sem que ocorra aumento do tempo de acomodação foram realizadas as seguintes alterações:

Região 4 - Para redução do *rise time* será necessário aumentar o sinal de δu nesta região. Será atribuído portanto o modificador *muito* ao valor linguístico *P* do consequente da regra 8. A figura 27 mostra o resultado após a modificação.

Região 3 - Para redução do *overshoot* será necessário aumentar o sinal de δu nesta região. Desta forma, o modificador *muito* será atribuído ao valor linguístico *N* do consequente da regra 6. O resultado obtido após a modificação

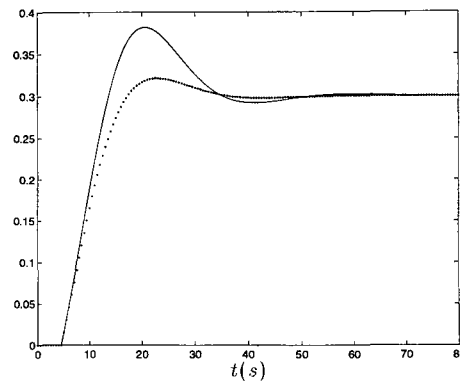


Figura 27 - Controlador nebuloso com modificação da regra 8 (—) vs. Controlador clássico PI (...).

é ilustrado na figura 28.

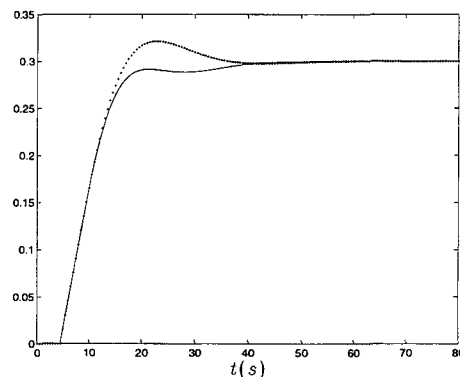


Figura 28 - Controlador nebuloso com modificação da regra 6 (—) vs. Controlador clássico PI (...).

Região 2 - O sinal de δu será aumentado nesta região atribuindo-se o modificador *muito* ao valor linguístico *N* do consequente da regra 2. A figura 29 mostra o resultado após a modificação.

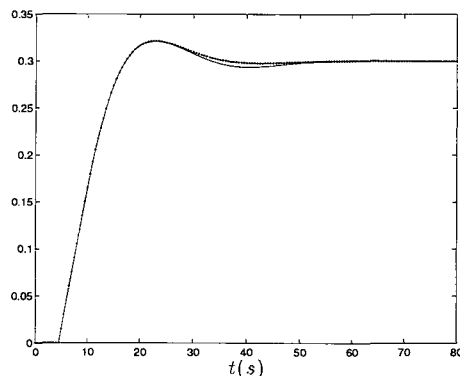


Figura 29 - Controlador nebuloso com modificação da regra 2 (—) vs. Controlador clássico PI (...).

Região 1 - Para contribuir na redução do *undershoot* será necessário aumentar o sinal de δu nesta região. Desta forma, o modificador *muito* será atribuído ao valor linguístico *P* do consequente da regra 4. O resultado obtido após a modificação é ilustrado na figura 30.

Considerando-se simultaneamente as modificações realizadas sobre as regras 2, 4, 6 e 8 como descrito anteriormente, foi obtida a seguinte resposta mostrada na figura 31.

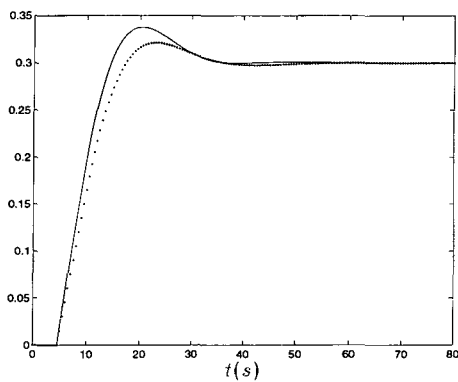


Figura 30 - Controlador nebuloso com modificação da regra 4 (—) vs. Controlador clássico PI (...).

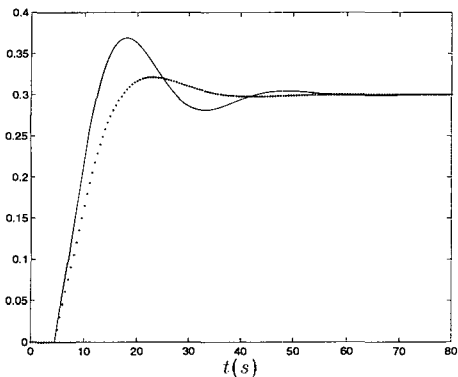


Figura 31 - Controlador nebuloso com modificação das regras 2,4,6 e 8 (—) vs. Controlador clássico PI (...).

Verifica-se pela figura 31 a existência de um *overshoot* demasiado. Será reduzido então o *rise time* retornando a regra 8 para sua forma inicial $\delta u = P$.

A nova base de regras resultante e sua decomposição na forma de regiões de operação são representadas pelas figuras 32 e 33 respectivamente.

$\delta e \backslash e$	N	Z	P
P	Z	P_M	P
Z	N_M	Z	P
N	N	N_M	Z

Figura 32 - Base de regras modificada para o cálculo de δu .

A descrição analítica das regiões de operação modificadas é apresentada em seguida:

Região 1: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$$\delta u_o = \frac{1}{3}e_k + \delta e_k + \frac{2}{3L}(e_k \delta e_k) \quad (57)$$

Região 2: $(0 \leq e \leq L)$ e $(0 \leq \delta e \leq L)$

$\delta e \backslash e$	N	Z
P	Z	P_M
Z	N_M	Z

(a) região 1

$\delta e \backslash e$	Z	P
P	P_M	P
Z	Z	P

(b) região 2

$\delta e \backslash e$	N	Z
Z	N_M	Z
N	N	N_M

(c) região 3

$\delta e \backslash e$	Z	P
Z	Z	P
N	N_M	Z

(d) região 4

Figura 33 - Regiões de operação modificadas.

$$\delta u_o = \frac{2}{3}e_k + \delta e_k - \frac{e_k \delta e_k}{L} \quad (58)$$

Região 3: $(-L \leq e \leq 0)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\delta u_o = \frac{1}{3}(e_k + \delta e_k) + \frac{2}{3L}(e_k \delta e_k) \quad (59)$$

Região 4: $(0 \leq e \leq L)$ e $(-L \leq \delta e \leq 0)$

$$\delta u_o = \frac{2}{3}e_k + \delta e_k - \frac{1}{3L}(e_k \delta e_k) \quad (60)$$

Relembrando que o valor de L é considerado suficientemente grande de tal forma que os termos não lineares sejam desprezados, verifica-se que o controlador nebuloso resultante das modificações é descrito analiticamente por um controlador não linear globalmente constituído de controladores lineares locais. A figura 34 mostra a simulação obtida com este controlador nebuloso não linear e inclui para fins de comparação o resultado anteriormente obtido com o controlador clássico PI. A tabela 1 destaca os melhores resultados fornecidos pelo controlador nebuloso não linear utilizando-se medidas de desempenho como definidas por Schultz (1961). Os termos *ovs* e τ_r denotam *overshoot* e *rise time* e CN e CC abreviam controlador nebuloso e controlador clássico respectivamente.

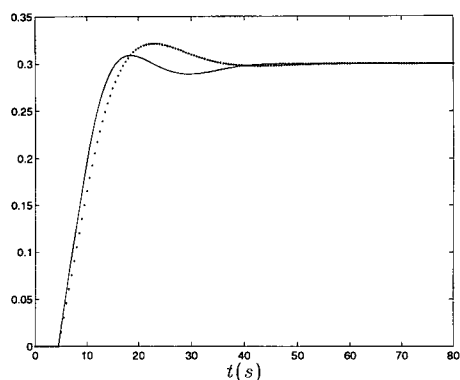


Figura 34 - Controlador nebuloso não linear (—) vs. Controlador clássico PI (...).

Medidas de Desempenho	CN Não Linear	CN Linear	CC PI
ISE	1,4	1,6	1,6
ITSE	5,9	7,1	7,1
IAE	6,1	6,9	6,9
ITAE	38,8	49,5	49,5
ovs %	0,91	2,1	2,1
τ_r (0 a 90%)	13,5 s	15 s	15 s

Tabela 1 - Comparação de medidas de desempenho.

5.4 - Alteração do Processo

Neste segundo experimento o atraso de transporte do processo será modificado fazendo-se $\tau_m = 8s$. Os fatores de escala do controlador nebuloso linear foram calculados novamente utilizando-se o algoritmo de Dahlin. Foram encontrados os seguintes valores:

$$K_{Cn} = 0,27 \quad e \quad T_{In} = 7,13$$

A figura 35 mostra a simulação do sistema de controle contendo o controlador nebuloso linear, descrito pela equação (56), e o processo na sua forma não linear e linearizada.

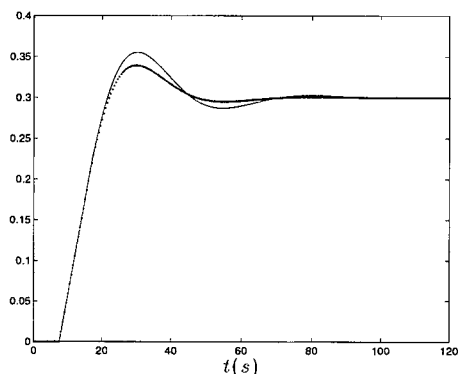


Figura 35 - Resposta do processo ($\tau_m = 8s$) não linear (—) vs. linearizado (...).

Observa-se uma diferença entre a resposta do processo não linear e linearizado.

A próxima simulação apresenta a resposta do sistema de controle considerando o modelo não linear do processo e o controlador nebuloso não linear descrito pelas equações 57 a 60. Para fins de comparação foi incluído o resultado anteriormente obtido com o controlador nebuloso linear o qual é equivalente a um controlador clássico PI. A tabela 2 destaca os melhores resultados fornecidos pelo controlador nebuloso não linear.

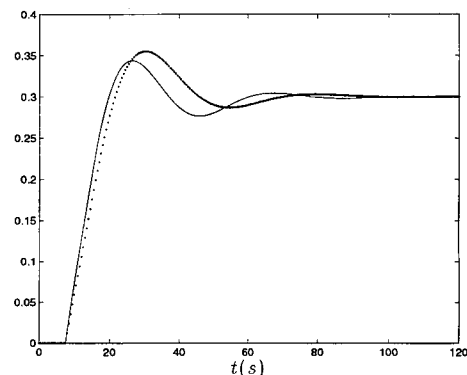


Figura 36 - Controlador nebuloso não linear (—) vs. Controlador nebuloso linear (...).

Medidas de Desempenho	CN Não Linear	CN Linear	CC PI
ISE	2,2	2,3	2,3
ITSE	14,1	16,9	16,9
IAE	10,0	11,0	11,0
ITAE	128,7	151,3	151,3
ovs %	4,4	5,5	5,5
τ_r (0 a 90%)	18 s	20 s	20 s

Tabela 2 - Comparação de medidas de desempenho.

6 - CONCLUSÕES

A larga utilização do erro e da variação do erro como variáveis de entrada de controladores nebulosos pode ser justificada por proporcionar uma maneira simples para a descrição linguística das ações de controle básicas de um especialista. Este trabalho contribui para especificação e estudo das regras de controle.

A metodologia para projeto e análise de controladores nebulosos proposta utiliza informações quantitativas fundamentadas em conceitos matemáticos e informações qualitativas fornecidas por um especialista. As principais contribuições desta metodologia são:

- Proporcionar uma maneira simples para a especificação da base de regras. O projeto é realizado baseando-se na resposta ao degrau de um processo linear subamortecido em malha aberta e requer somente informações qualitativas fornecidas por um especialista.
- A base de regras resultante apresenta-se na forma de um plano de fase linguístico representado simbolicamente por valores qualitativos. Este plano de fase destaca a influência

e a função de cada regra sobre o desempenho do sistema de controle e contribui portanto para modificação das regras.

- Apresentação de um método efetivo para estudo da base regras de controladores nebulosos. O método permite destacar as regiões de operação de um controlador nebuloso contidas em sua base de regras, onde cada região é constituída por 4 regras. Como vantagem, o estudo global ou completo da base de regras pode ser feito estudando-se localmente as regiões de operação. Por incluir uma série de critérios, este método também contribui para:

- Definição das funções de pertinência;

- Escolha da função de implicação e dos operadores lógicos.

- Apresentação de uma maneira alternativa para a descrição analítica das regras linguísticas de controladores nebulosos. Esta descrição é feita para cada uma das regiões de operação. Como vantagem, os modelos matemáticos resultantes podem ser utilizados para um estudo mais rigoroso do controlador nebuloso, como por exemplo análise de estabilidade. Foi mostrado que equações equivalentes àquelas de alguns controladores clássicos podem ser obtidas.

Uma maneira alternativa para a implementação de um controlador nebuloso foi também proposta. A sua estrutura utiliza uma base de regras equivalente à de um controlador nebuloso PI facilitando portanto o seu projeto.

A aplicabilidade da metodologia proposta foi mostrada a partir de simulações. Verificou-se que o controlador nebuloso tem a vantagem de proporcionar um número maior de graus de liberdade de ajuste, contribuindo para melhoria de desempenho, mesmo após a sintonia dos fatores de escala aplicada por métodos convencionais tais como de controle PID (Ziegler e Nichols, Dahlin, Kalman, e outros). Nos exemplos simulados o método de sintonia aplicado foi o de Dahlin onde foi demonstrado que o desempenho do controlador nebuloso teve melhoria significativa após a aplicação de critérios utilizando-se informações contidas no plano de fase linguístico para atuação sobre as regiões de operação e modificação das regras de controle.

Por final, é importante notar que as modificações das regras de controle são realizadas após a sintonia dos fatores de escala feita por métodos convencionais que já consideram critérios de estabilidade relativa. Como tais modificações são aplicadas com critérios de monitoramento em tempo real, os critérios de estabilidade impostos nos métodos convencionais continuam válidos.

AGRADECIMENTOS. Agradecemos à CAPES pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS

Abdelnour, G., C. Chang and J. Cheung (1991). Design

of a fuzzy controller using input and output mapping factors. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.21, no.5, pp.952-960.

Altrock, C., B. Krause and H.-J. Zimmermann (1992). Advanced fuzzy logic control of a model car in extreme situations. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.48, pp.41-52.

Braae, M. and D. Rutherford (1979a). Selection of parameters for a fuzzy logic controller. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.2, pp.185-199.

Braae, M. and D. Rutherford (1979b). Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller. *Automatica*, vol.15, pp.553-577.

Buckley, J.J. and H. Ying (1989). Fuzzy controller theory: limit theorems for linear fuzzy control rules. *Automatica*, vol.25, no.3, pp.469-472.

Buckley, J.J. and H. Ying (1990). Linear fuzzy controller: It is a linear nonfuzzy controller. *Information Sciences*, vol.51, pp.183-192.

Cavalcante, C., J. Cardoso, J. Ramos and O. Neves (1995). Design and tuning of a helicopter fuzzy controller. *Proceedings of the FUZZ-IEEE/IFES'95*, Yokohama, Japan, March, vol.III, pp.1549-1554.

Chiu, K., A. Corripio and C. Smith (1973). Digital control algorithms - part III: tuning PI and PID controllers. *Instruments and Control Systems*, December, pp.41-43.

Dubois, D. and H. Prade (1980). *Fuzzy Sets And Systems: Theory and Applications*. Academic Press, New York.

Dubois, D. and H. Prade (1985). A review of fuzzy set aggregation connectives. *Information Sciences*, vol.36, pp.85-121.

Hajjaji, A. and A. Rachid (1995). Analytic formulation of linguistic rules for fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.73, pp.219-225.

Holmblad, L.P. and J.-J. Ostergaard (1995). The FLS application of fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.70, pp.135-146.

Jager, R. (1995) *Fuzzy Logic in Control*. Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, Electrical Engineering Department. Delft, The Netherlands.

Kickert, W.J.M. and H.R. Van Nauta Lemke (1976). Application of a fuzzy controller in a warm water plant. *Automatica*, vol.12, pp.301-308.

King, P.J. and E.H. Mamdani (1977). The application of fuzzy control systems to industrial processes. *Automatica*, vol.13, pp.235-242.

Klir, G.J. and T.A. Folger (1992). *Fuzzy Sets, Uncertainty, And Information*. Prentice-Hall, New Jersey.

Kwok, D., P. Tam and P. Wang (1990). Linguistic PID controllers. *IFAC World Congress*, Tallin, URSS, pp.192-197.

- Larkin, L.I. (1985). A fuzzy logic controller for aircraft flight control. In *Industrial Applications of Fuzzy Control*, M. Sugeno (ed. 1985), North Holland - Amsterdam, pp.87-103.
- Larsen, P.M. (1980). Industrial applications of fuzzy logic control. *International Journal of Man-Machine Studies*, vol.12, pp.3-10.
- Lee, C.C. (1990). Fuzzy logic control systems: fuzzy logic controllers - part I and II. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.20, no.2, pp.404-435.
- Lee, J. (1993). On methods for improving performance of PI-type fuzzy logic controllers. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol.1, no.4, pp.298-301.
- Li, H. and H. Gatland (1995). A new methodology for designing a fuzzy logic controller. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.25, no.3, pp.505-514.
- Li, Y.F. and C.C. Lau (1989). Development of fuzzy algorithms for servo systems. *IEEE Control Systems Magazine*, vol.9, pp.65-72.
- Linkens, D.A. and H.O. Nyongesa (1995a). Genetic algorithms for fuzzy control - part I: offline system development and application. *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol.142, no.3, pp.161-176.
- Linkens, D.A. and H.O. Nyongesa (1995b). Genetic algorithms for fuzzy control - part II: online system development and application. *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol.142, no.3, pp.177-185.
- MacVicar Whelan, P.J. (1976). Fuzzy sets for man-machine interaction. *International Journal of Man-Machine Studies*, vol.8, pp.687-697.
- Maeda, M. and S. Murakami (1992). A self-tuning fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.51, pp.29-40.
- Mamdani, E.H. (1974). Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proceedings of the IEE*, vol.121, no.12, pp.1585-1588.
- Mamdani, E.H. (1977). Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. *IEEE Transactions on Computers*, vol.C-26, no.12, pp.1182-1191.
- Mamdani, E.H. and N. Baaklini (1975). Descriptive method for deriving control policy in a fuzzy logic controller. *Electronics Letters*, vol.11, pp.625-626.
- Mamdani, E.H. and S. Assilian (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, vol.7, pp.1-13.
- Matía, F., A. Jimenez, R. Galán and R. Sanz (1992). Fuzzy controllers: lifting the linear-nonlinear frontier. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.52, pp.113-128.
- Mendel, J.M. (1995). Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial. *Proceedings of the IEEE*, vol.83, no.3, pp. 345-377, March, 0018-9219/95\$04.00.
- Mizumoto, M. (1989). Pictorial representation of fuzzy connectives, part I: cases of t-norms, t-conorms and averaging operators. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.31, pp.217-242.
- Mizumoto, M. (1995). Realization of PID controls by fuzzy control methods. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.70, pp.171-182.
- Moon, B.S. (1995). Equivalence between fuzzy logic controllers and PI controllers for single input systems. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.69, pp.105-113.
- Murayama, Y., T. Terano. S. Masui and N. Akiyama (1985). Optimizing control of a diesel engine. In *Industrial Applications of Fuzzy Control*, M. Sugeno (ed. 1985), North Holland - Amsterdam, pp.63-71.
- Nobre, F.S. (1995). Performance analysis of a fuzzy logic controller: a nonlinear application. *Proceedings of the VI IFSA World Congress, IFSA'95, São Paulo, Brazil, July*, vol.I, pp.353-356.
- Papa, M., H. Tai and S. Sheno (1995). Design and evaluation of fuzzy control systems using cell mapping. *Proceedings of the VI IFSA World Congress, IFSA'95, São Paulo, Brazil, July*, vol.I, pp.361-364.
- Pappis, C.P., and E.H. Mamdani (1977). A fuzzy logic controller for a traffic junction. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.SMC-7, no.10, pp.707-717.
- Pedrycz, W. (1985). Design of fuzzy control algorithms with the aid of fuzzy models. In *Industrial Applications of Fuzzy Control*, M. Sugeno (ed. 1985), North Holland - Amsterdam, pp.153-173.
- Procyk, T.J. and E.H. Mamdani (1979). A linguistic self-organizing process controller. *Automatica*, vol.15, no.1, pp.15-30.
- Schultz, W.C. and V.C. Rideout (1961). Control system performance measures: past, present, and future. *IRE Transactions on Automatic Control*, February, pp.22-35.
- Siler, W. and H. Ying (1989). Fuzzy control theory: the linear case. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.33, pp.275-280.
- Sugeno, M. (1977) Fuzzy measures and fuzzy integrals: a survey, pp. 89-102. In *Fuzzy Automata and Decision Process*, edited by M.M. Gupta, G.N. Saridis and B.R. Gaines. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland.
- Takagi, T. and M. Sugeno (1983). Derivation of fuzzy control rules from human operator's control action. *Proceedings of the IFAC Symposium on Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis*. Marseilles, France.
- Takagi, T. and M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.SMC-15, no.1, pp.116-132.

- Tang, K., and R. Mulholland (1987). Comparing fuzzy logic with classical controller designs. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.SMC-17, no.6, pp.1085-1087.
- Tanscheit, R. and E. Lembessis (1995). Variable scaling factors in fuzzy controllers of a general type. *Proceedings of the VI IFSA World Congress, IFSA'95, São Paulo, Brazil, July*, vol.I, pp.601-604.
- Tobi, T., T. Hanafusa, S. Ito and N. Kashiwagi (1992). The application of fuzzy control to a coke oven gas cooling plant. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.46, pp.373-381.
- Tzafestas, S., and N.P. Papanikolopoulos (1990). Incremental fuzzy expert PID control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.37, no.5, pp.365-371.
- Wang, Li-Xin (1994). *Adaptive Fuzzy Systems and Control - Design and Stability Analysis*. Prentice Hall (ed.1994), NJ-USA.
- Yager, R.R. (1980). On a general class of fuzzy connectives. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.4, pp.235-242.
- Ying, H., W. Siler and J. Buckley (1990). Fuzzy control theory: a nonlinear case. *Automatica*, vol.26, no.3, pp.513-520.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, vol.8, pp.338-353.
- Zadeh, L.A. (1968). Fuzzy algorithms. *Information and Control*, vol.12, pp.94-102.
- Zadeh, L.A. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.SMC-3, no.1, pp.28-44.
- Zadeh, L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. part I and II, pp.219-327, in *Fuzzy Sets And Applications: Selected Paper by L.A. Zadeh*, edited by R.R. Yager, S.Ovchinnikov, R.M. Tong and H.T. Nguyen. John Wiley & Sons.
- Zadeh, L.A. (1976). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. part III, pp.329-366, in *Fuzzy Sets And Applications: Selected Paper by L.A. Zadeh*, edited by R.R. Yager, S.Ovchinnikov, R.M. Tong and H.T. Nguyen. John Wiley & Sons.
- Zheng, Li (1992). A practical guide to tune of proportional and integral (PI) like fuzzy controllers. *Proceedings of the 1st IEEE ICF5*, March, pp.663-640.